

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

Вариант 1.

11 класс

1. (30 баллов) Брошенное в момент $t = 0$ под углом к горизонту тело оказалось на одной высоте в моменты t_1 и t_2 , и за время $t_2 - t_1$ вектор скорости тела повернулся на 90° . Под каким углом к горизонту было брошено тело?

Ответ. Под углом α , определяемым формулой $\operatorname{tg} \alpha = (t_1 + t_2)/(t_2 - t_1)$.

Решение. Обозначив угол броска через α , начальную скорость через V_0 и ускорение свободного падения через g , запишем горизонтальную (x) и вертикальную (y) компоненты скорости тела как

$$V_x = V_0 \cos \alpha, \quad V_y = V_0 \sin \alpha - gt.$$

Поскольку тело в моменты времени t_1 и t_2 находилось на одной высоте, его y -компоненты скорости $V_y(t_1)$ и $V_y(t_2)$ отличались только знаком. При одинаковой x -компоненте это означает, что векторы скорости были направлены симметрично (под равными углами вверх и вниз) к горизонту. Из условия поворота вектора скорости на 90° можно понять, что в момент t_1 вектор скорости был направлен под углом $+45^\circ$ к горизонту, т.е. выполнялось соотношение $V_y(t_1) = V_x$, а в момент t_2 – под углом -45° , т.е. выполнялось соотношение $V_y(t_2) = -V_x$. Из данных соотношений следуют уравнения

$$V_0 \sin \alpha - gt_1 = V_0 \cos \alpha, \quad V_0 \sin \alpha - gt_2 = -V_0 \cos \alpha.$$

Удобно сложить эти уравнения и вычесть одно из другого. Тогда получим

$$2V_0 \sin \alpha = g(t_1 + t_2), \quad 2V_0 \cos \alpha = g(t_2 - t_1).$$

Поделив первое уравнение на второе, находим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{t_1 + t_2}{t_2 - t_1}.$$

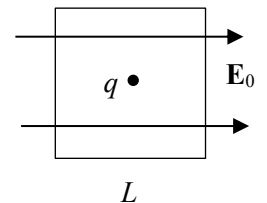
Разбалловка. Записаны общие формулы для компонент скорости – 5 баллов.

Поняты направления векторов скорости – 5 баллов.

Составлена система уравнений связи V_0 и α – по 5 баллов за уравнение.

Получена формула для угла броска – 10 баллов.

2. (30 баллов) Точечный заряд q находится в однородном поле напряженностью E_0 в центре квадрата, сторона которого равна L и две стороны которого параллельны E_0 (см. рис.). Найти максимальную разность потенциалов между точками на сторонах квадрата.



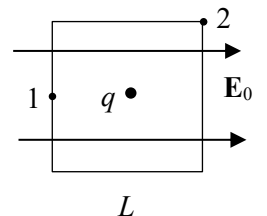
Ответ. Максимальная разность потенциалов равна $\frac{(\sqrt{2}-1)q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 L} + E_0 L$, где ϵ_0 – электрическая постоянная.

Решение. Согласно принципу суперпозиции разность потенциалов между точками можно находить как сумму вкладов от точечного заряда и поля E_0 . Вклад в разность потенциалов от точечного заряда максимален, если одна точка расположена наиболее близко к заряду (середина стороны квадрата), а другая – наиболее далеко (вершина квадрата). Вклад от однородного поля максимален, если одна точка находится на левой стороне квадрата, а другая – на правой. Приходим к выводу, что разность потенциалов максимальна между серединой левой стороны квадрата и любой из его правых вершин (две точки 1 и 2 указаны на рисунке).

Используя формулу для потенциала точечного заряда

$$\varphi = \frac{kq}{r},$$

где r – расстояние от заряда, $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ и ϵ_0 – электрическая постоянная, запишем разность потенциалов между точками 1 и 2 как



$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{kq}{L/2} - \frac{kq}{L/\sqrt{2}} + E_0L = \frac{k(2 - \sqrt{2})q}{L} + E_0L = \frac{(\sqrt{2} - 1)q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0L} + E_0L.$$

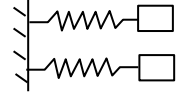
Разбалловка. Понято расположение точек – 10 баллов.

Найден вклад в разность потенциалов от точечного заряда – 10 баллов.

Найден вклад от однородного поля – 5 баллов.

Получен ответ – 5 баллов.

3. (40 баллов) Два груза равной массы находятся на гладком горизонтальном столе и прикреплены к стене недеформированными пружинами равной жесткости k (см. рис.). Смещая грузы вдоль стола от стены, каждую из пружин растягивают на длину L , затем один из грузов освобождают, а когда он смещается на $L/2$, освобождают и второй. Какого максимального значения достигает суммарная энергия упругой деформации двух пружин в ходе колебаний? Колебания считать гармоническими.



Ответ. Максимальная суммарная энергия упругой деформации равна $3kL^2/4$.

Решение. Направим ось x от стены, выбрав за нуль положение грузов при недеформированных пружинах. Зависимость от времени координаты первого груза можно записать в виде

$$x_1 = L \cos \omega t,$$

где через ω обозначена угловая частота колебаний. После освобождения груза он начинает двигаться к стене, и после смещении на $L/2$ его координата принимает значение $x_1 = L/2$, т.е. $L \cos \omega t = L/2$. Отсюда находим, что $\omega t = \pi/3$. Поскольку второй груз освобождают в этот момент, зависимость от времени его координаты можно записать в виде

$$x_2 = L \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{3} \right),$$

где частота ω – та же самая, что у первого груза, в силу равенства масс грузов и жесткостей пружин.

Суммарную энергию упругой деформации двух пружин запишем в виде

$$W = \frac{kx_1^2}{2} + \frac{kx_2^2}{2} = \frac{kL^2}{2} \left[\cos^2 \omega t + \cos^2 \left(\omega t - \frac{\pi}{3} \right) \right].$$

Переходя к косинусам удвоенных аргументов, получаем

$$W = \frac{kL^2}{4} \left[2 + \cos 2\omega t + \cos \left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right].$$

Используя формулу для суммы косинусов, получаем удобное для анализа выражение

$$W = \frac{kL^2}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi}{3} \cos \left(2\omega t - \frac{\pi}{3} \right) \right].$$

Максимальное значение данного выражения достигается при $\cos \left(2\omega t - \frac{\pi}{3} \right) = 1$ и равно

$$W_{\max} = \frac{3kL^2}{4}.$$

Разбалловка. Записана зависимость от времени координаты первого груза – 5 баллов.

Записана зависимость от времени координаты второго груза – 10 баллов.

Составлено выражение для суммарной упругой энергии – 5 баллов.

Выражение преобразовано к удобному для анализа виду – 10 баллов.

Найдена максимальная энергия – 10 баллов.

10 класс

1. (30 баллов) Брошенное в момент $t = 0$ под углом к горизонту тело оказалось на одной высоте в моменты t_1 и t_2 , и за время $t_2 - t_1$ вектор скорости тела повернулся на 90° . Под каким углом к горизонту было брошено тело?

Ответ. Угол броска α определяется формулой $\operatorname{tg} \alpha = (t_1 + t_2)/(t_2 - t_1)$.

Решение. Обозначив искомый угол через α и отсчитывая время t от момента броска, запишем горизонтальную (x) и вертикальную (y) компоненты скорости тела как

$$V_x = V_0 \cos \alpha, \quad V_y = V_0 \sin \alpha - gt.$$

Поскольку тело в моменты времени t_1 и t_2 находилось на одной высоте, его y -компоненты скорости $V_y(t_1)$ и $V_y(t_2)$ отличались только знаком. При одинаковой x -компоненте это означает, что векторы скорости были направлены симметрично (вверх-вниз) к горизонту. Из условия поворота вектора скорости на 90° можно понять, что в момент t_1 вектор скорости был направлен под углом $+45^\circ$ к горизонту, т.е. выполнялось соотношение $V_y(t_1) = V_x$, а в момент t_2 – под углом -45° , т.е. выполнялось соотношение $V_y(t_2) = -V_x$. Из данных соотношений следуют уравнения

$$V_0 \sin \alpha - gt_1 = V_0 \cos \alpha, \quad V_0 \sin \alpha - gt_2 = -V_0 \cos \alpha.$$

Удобно сложить эти уравнения и вычесть одно из другого. Тогда получим

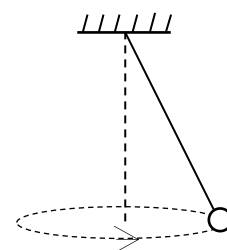
$$2V_0 \sin \alpha = g(t_1 + t_2), \quad 2V_0 \cos \alpha = g(t_2 - t_1),$$

Поделив первое уравнение на второе, находим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{t_1 + t_2}{t_2 - t_1}.$$

Разбалловка. Записаны общие формулы для компонент скорости – 5 баллов.
 Поняты направления векторов скорости – 5 баллов.
 Составлена система уравнений связи V_0 и α – по 5 баллов за уравнение.
 Получена формула для угла броска – 10 баллов.

2. (30 баллов) Прикрепленный нитью к потолку шарик совершает вращательное движение в горизонтальной плоскости (см. рис.). Считая, что потенциальная энергия шарика в поле тяжести равна нулю на уровне точки подвеса, найти угол между нитью и вертикалью, при котором механическая энергия шарика равна нулю.



Ответ. Искомый угол α определяется формулой $\cos \alpha = 1/\sqrt{3}$ и составляет $\approx 55^\circ$.

Решение. Обозначив искомый угол через α , запишем равенство вертикальной компоненты силы натяжения нити T силе тяжести mg (m – масса тела, g – ускорение свободного падения):

$$T \cos \alpha = mg.$$

Обозначив длину нити через L и скорость шарика через V , запишем второй закон Ньютона для движущегося по окружности (радиуса $L \sin \alpha$) шарика в проекции на направление к центру окружности

$$\frac{mV^2}{L \sin \alpha} = T \sin \alpha$$

и условие равенства нулю механической энергии шарика

$$\frac{mV^2}{2} - mgL \cos \alpha = 0$$

Исключая из двух последних формул V^2 , приходим к уравнению

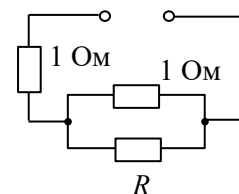
$$T \sin^2 \alpha = 2mg \cos \alpha.$$

Рассматривая это уравнение совместно с уравнением $T \cos \alpha = mg$, после исключения T приходим к формуле для искомого угла

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Разбалловка. Записан баланс сил в вертикальном направлении – 5 баллов.
 Записан второй закон Ньютона в проекции на центростремительное направление – 10 баллов.
 Записано условие равенства нулю механической энергии – 10 баллов.
 Получена формула для угла – 5 баллов.

3. (40 баллов) К источнику постоянного напряжения подключена цепь, в которой два резистора имеют сопротивление 1 Ом (см. рис.). При каком сопротивлении R третьего резистора в нем будет выделяться максимальная мощность?



Ответ. При сопротивлении $R = 0,5$ Ом.

Решение. Обозначив напряжение источника через U , запишем полный ток в цепи I_0 как

$$I_0 = \frac{U}{1 + R/(R + 1)},$$

где $R/(R + 1)$ – сопротивление параллельно соединенных резисторов. Ток I_R через резистор с сопротивлением R можно найти из условия $I_R R = I_0 R/(R + 1)$ и записать как

$$I_R = \frac{I_0}{R + 1} = \frac{U}{2R + 1}.$$

Выделяемая на резисторе R мощность P равна

$$P = I_R^2 R = \frac{U^2 R}{(2R + 1)^2}.$$

Чтобы исследовать полученное выражение на максимум, приведем его к виду

$$P = \frac{U^2}{2(\sqrt{2R} + 1/\sqrt{2R})^2}.$$

Минимальное значение суммы взаимобратных величин в знаменателе достигается при $\sqrt{2R} = 1$. Отсюда находим, что $R = 1/2$, т.е. 0,5 Ом.

Разбалловка. Записан полный ток в цепи – 10 баллов.

Записан ток через резистор R – 10 баллов.

Мощность представлена как функция одной переменной R – 10 баллов.

Проведен анализ функции на максимум и получен ответ – 10 баллов.

9 класс

1. (30 баллов) Из неплотно закрытого крана, находящегося на высоте h над горизонтальной поверхностью, капает вода. Интервал времени между отрывом от крана двух последовательных капель равен T и не превосходит времени полета капли от крана до поверхности. Какого максимального значения достигает расстояние между двумя последовательно падающими каплями? Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. Максимальное расстояние равно $T\sqrt{2gh} - gT^2/2$.

Решение. В момент отрыва (с нулевой начальной скоростью) второй капли от крана первая капля находится на расстоянии $gT^2/2$ ниже крана и имеет скорость gT . Поскольку далее обе капли падают с одинаковым ускорением, их относительная скорость не меняется – первая капля удаляется от второй со скоростью gT пока не упадет на горизонтальную поверхность. Таким образом, расстояние между каплями становится максимальным в момент, когда первая капля достигает поверхности, и может быть записано в виде

$$L_{\max} = \frac{gT^2}{2} + gT(t_{\text{пад}} - T),$$

где $t_{\text{пад}}$ – время падения капли от крана до поверхности. Подставляя $t_{\text{пад}} = \sqrt{2h/g}$ в записанную формулу, получаем

$$L_{\max} = T\sqrt{2gh} - gT^2/2.$$

Иначе, L_{\max} можно записать как разность расстояния между краном и поверхностью и расстояния, пройденного второй каплей от начала ее движения до момента падения первой капли на поверхность, т.е. как

$$L_{\max} = h - \frac{g(t_{\text{пад}} - T)^2}{2},$$

что приводит к тому же результату.

Разбалловка: Понято, что расстояние максимально

в момент достижения первой каплей поверхности – 10 баллов.

Найдено искомое расстояние – 20 баллов.

2. (30 баллов) Один шар массой m равномерно всплывает в вязкой жидкости, а второй, имеющий равный с ним радиус и массу $2m$, равномерно погружается в этой жидкости с той же скоростью. Чему будет равна сила натяжения нити, если ей связать эти шары и поместить их в ту же жидкость? Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. Сила натяжения нити будет равна $mg/2$.

Решение. При равномерном всплытии шара массой m действующая на него сила Архимеда F_A уравновешена суммой сил тяжести mg и сопротивления F_c :

$$F_A = mg + F_c.$$

При равномерном погружении шара массой $2m$ баланс сил имеет вид

$$2mg = F_A + F_c.$$

Здесь учтено, что действующие на шары силы Архимеда равны вследствие равенства их радиусов, а силы сопротивления равны из-за равенства радиусов и скоростей всплытия и погружения.

Из записанных соотношений находим, что

$$F_A = \frac{3}{2}mg.$$

Поскольку сумма действующих на шары сил Архимеда $2F_A$ равна сумме сил тяжести $3mg$, то связанные нитью шары будут иметь нулевую плавучесть, т.е. будут неподвижно плавать в объеме жидкости в положении с вертикальной (натянутой) нитью, шаром меньшей массы вверху и шаром большей массы внизу. (Указанное состояние устанавливается независимо от того, как именно связанные шары поместили в жидкость.) Записывая условие плавания любого из шаров, например, верхнего в виде

$$F_A = mg + T,$$

где T – сила натяжения нити, получаем

$$T = \frac{mg}{2}.$$

Разбалловка. Записан баланс сил для всплывающего шара – 5 баллов.
 Записан баланс сил для погружающегося шара – 5 баллов.
 Найдена сила Архимеда – 5 баллов.
 Сделан вывод о балансе суммарных сил – 5 баллов.
 Понято состояние связанных шаров – 5 баллов.
 Найдена сила натяжения нити – 5 баллов.

3. (40 баллов) К источнику постоянного напряжения подключена цепь, в которой два резистора имеют сопротивление 1 Ом (см. рис.). При каком сопротивлении R третьего резистора в нем будет выделяться максимальная мощность?

Ответ. При сопротивлении $R = 0,5$ Ом.

Решение. Обозначив напряжение источника через U , запишем полный ток в цепи I_0 как

$$I_0 = \frac{U}{1 + R/(R + 1)},$$

где $R/(R + 1)$ – сопротивление параллельно соединенных резисторов. Ток I_R через резистор с сопротивлением R можно найти из условия $I_R R = I_0 R/(R + 1)$ и записать как

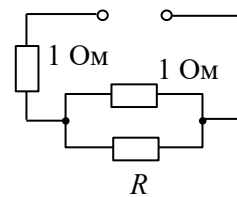
$$I_R = \frac{I_0}{R + 1} = \frac{U}{2R + 1}.$$

Выделяемая на резисторе R мощность P равна

$$P = I_R^2 R = \frac{U^2 R}{(2R + 1)^2}.$$

Чтобы исследовать полученное выражение на максимум, приведем его к виду

$$P = \frac{U^2}{2(\sqrt{2R} + 1/\sqrt{2R})^2}.$$



Минимальное значение суммы взаимобратных величин в знаменателе достигается при $\sqrt{2R}$. Отсюда находим, что $R = 1/2$, т.е. 0,5 Ом.

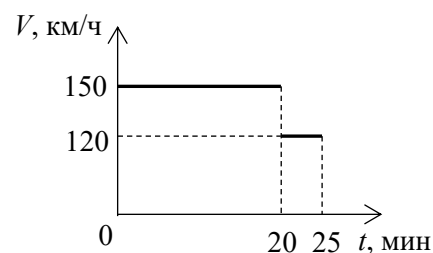
- Разбалловка.** Записан полный ток в цепи – 10 баллов.
Записан ток через резистор R – 10 баллов.
Мощность представлена как функция одной переменной R – 10 баллов.
Проведен анализ функции на максимум и получен ответ – 10 баллов.

8 класс

1. (30 баллов) Прямолинейное шоссе между двумя пунктами имеет два участка равной длины 30 км. Разрешенная скорость составляет 90 км/час на одном участке и 60 км/час на другом. Два автомобиля одновременно выезжают из пунктов навстречу друг другу и в течение всего времени движения поддерживают максимальные разрешенные скорости. Нарисовать график зависимости скорости сближения автомобилей от времени от начала движения до момента встречи.

Ответ. См. рисунок.

Решение. Пока ни один из автомобилей не достиг границы двух участков, их скорость сближения составляет $90 + 60 = 150$ км/ч. Через время $30 \text{ км} : 90 \text{ км/ч} = 1/3 \text{ ч} = 20$ мин автомобиль, двигающийся со скоростью 90 км/ч, достигнет границы и начнет двигаться со скоростью 60 км/ч. При этом скорость сближения упадет до 120 км/час. За время $1/3 \text{ ч}$ автомобиль, двигающийся со скоростью 60 км/ч пройдет 20 км и окажется на расстоянии 10 км от другого автомобиля. От этого момента до встречи пройдет время $10 \text{ км} : 120 \text{ км/ч} = 1/12 \text{ ч} = 5$ мин. По рассчитанным данным строим график зависимости скорости сближения V от времени t .



- Разбалловка.** Найдена скорость сближения на первом этапе – 5 баллов.
Найдено время сближения с этой скоростью – 5 баллов.
Найдена скорость сближения на втором этапе – 5 баллов.
Найдено время сближения с этой скоростью – 10 баллов.
Построен график – 5 баллов.

2. (30 баллов) Пять тел, удельные теплоемкости которых одинаковы и массы которых относятся как 1:2:3:4:5, имеют температуры, равные соответственно $5t_0$, $5t_0/2$, $5t_0/3$, $5t_0/4$, t_0 . Какая установится температура, если тела привести в тепловой контакт?

Ответ. Установившаяся температура равна $\frac{5}{3}t_0$.

Решение. Поскольку заранее точно не известно, какие именно тела отдают тепло, а какие получают, то уравнение теплового баланса запишем в виде

$$Cm(5t_0 - \Theta) + 2Cm\left(\frac{5t_0}{2} - \Theta\right) + 3Cm\left(\frac{5t_0}{3} - \Theta\right) + 4Cm\left(\frac{5t_0}{4} - \Theta\right) + 5Cm(t_0 - \Theta) = 0,$$

где C – удельная теплоемкость, m – масса самого легкого из тел, Θ – конечная температура тел. Из записанного уравнения находим, что

$$\Theta = \frac{5}{3}t_0.$$

Также ответ можно получить, рассматривая последовательное приведение тел в тепловой контакт.

- Разбалловка.** Записано общее уравнение (или несколько последовательных уравнений) теплового баланса – 20 баллов.
Получен правильный ответ – 10 баллов.

3. (40 баллов) Один шар массой m равномерно всплывает в вязкой жидкости, а второй, имеющий равный с ним радиус и массу $2m$, равномерно погружается в этой жидкости с той же скоростью. Чему будет равна сила натяжения нити, если ей связать эти шары и поместить их в ту же жидкость? Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. Сила натяжения нити будет равна $mg/2$.

Решение. При равномерном всплытии шара массой m действующая на него сила Архимеда F_A уравновешена суммой сил тяжести mg и сопротивления F_C :

$$F_A = mg + F_C.$$

При равномерном погружении шара массой $2m$ баланс сил имеет вид

$$2mg = F_A + F_C.$$

Здесь учтено, что действующие на шары силы Архимеда равны вследствие равенства их радиусов, а силы сопротивления равны из-за равенства радиусов и скоростей всплытия и погружения.

Из записанных соотношений находим, что

$$F_A = \frac{3}{2}mg.$$

Поскольку сумма действующих на шары сил Архимеда $2F_A$ равна сумме сил тяжести $3mg$, то связанные нитью шары будут иметь нулевую плавучесть, т.е. будут неподвижно плавать в объеме жидкости в положении с вертикальной (натянутой) нитью, шаром меньшей массы вверх и шаром большей массы вниз. (Данное состояние будет устанавливаться независимо от того, как именно связанные шары поместили в жидкость.) Записывая условие плавания любого из шаров, например, верхнего в виде

$$F_A = mg + T,$$

где T – сила натяжения нити, получаем

$$T = \frac{mg}{2}.$$

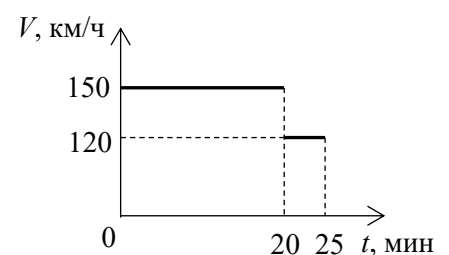
Разбалловка. Записан баланс сил для всплывающего шара – 5 баллов.
Записан баланс сил для погружающегося шара – 5 баллов.
Найдена сила Архимеда – 10 баллов.
Сделан вывод о балансе суммарных сил – 5 баллов.
Понято состояние связанных шаров – 5 баллов.
Найдена сила натяжения нити – 10 баллов.

7 класс

1. (30 баллов) Прямолинейное шоссе между двумя пунктами имеет два участка равной длины 30 км. Разрешенная скорость составляет 90 км/час на одном участке и 60 км/час на другом. Два автомобиля одновременно выезжают из пунктов навстречу друг другу и в течение всего времени движения поддерживают максимальные разрешенные скорости. Нарисовать график зависимости скорости сближения автомобилей от времени от начала движения до момента встречи.

Ответ. См. рисунок.

Решение. Пока ни один из автомобилей не достиг границы двух участков, их скорость сближения составляет $90 + 60 = 150$ км/ч. Через время $30 \text{ км} : 90 \text{ км/ч} = 1/3 \text{ ч} = 20$ мин автомобиль, двигающийся со скоростью 90 км/ч, достигнет границы и начнет двигаться со скоростью 60 км/ч. При этом скорость сближения упадет до 120 км/час. За время $1/3 \text{ ч}$ автомобиль, двигающийся со скоростью 60 км/ч пройдет 20 км и окажется на расстоянии 10 км от другого автомобиля. От этого момента до встречи пройдет время $10 \text{ км} : 120 \text{ км/ч} = 1/12 \text{ ч} = 5$ мин. По рассчитанным данным строим график зависимости скорости сближения V от времени t .



Разбалловка. Найдена скорость сближения на первом этапе – 5 баллов.
Найдено время сближения с этой скоростью – 5 баллов.
Найдена скорость сближения на втором этапе – 5 баллов.
Найдено время сближения с этой скоростью – 10 баллов.
Построен график – 5 баллов.

2. (30 баллов) В сосуде находится 1 л воды и лед массой 1 кг. Во сколько раз изменится средняя плотность содержимого сосуда после таяния половины льда? Плотность льда 900 кг/м^3 , плотность воды 1000 кг/м^3 .

Ответ. Средняя плотность увеличится в 38/37 раз.

Решение. Средняя плотность содержимого равна отношению массы содержимого к его объему. Поскольку масса содержимого при таянии льда не меняется, отношение средних плотностей равно обратному отношению объемов:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1/1000 + 1/900}{1,5/1000 + 0,5/900} = \frac{1 + 10/9}{1,5 + 5/9} = \frac{190}{185} = \frac{38}{37}.$$

Разбалловка. Указано, что средняя плотность равна отношению массы к объему – 5 баллов.

Записан объем содержимого до таяния льда – 10 баллов.

Записан объем содержимого после таяния льда – 10 баллов.

Найдено отношение средних плотностей – 5 баллов.

3. (40 баллов) Два сосуда равного объема заполнены разными газами: один – кислородом, другой азотом. Число молекул газов в сосудах одинаково. Сосуды соединяют трубкой. Во сколько раз изменится масса содержимого сосуда, в котором первоначально находился азот, после завершения процесса диффузии газов? Масса молекулы кислорода в 8/7 раз больше массы молекулы азота. Масса газа в соединительной трубке пренебрежимо мала.

Ответ. Масса увеличится в 15/14 раз.

Решение. Обозначим число молекул каждого газа через N , а массы молекул кислорода и азота через m_K и m_A . Тогда массу содержимого сосуда с азотом до соединения сосудов трубкой можно записать как $m_A N$. После соединения сосудов и завершения процесса диффузии молекулы каждого газа равномерно распределятся по двум сосудам, т.е. в каждом сосуде будет по половине молекул каждого газа. Тогда массу содержимого в интересующем нас сосуде можно записать как $m_A N/2 + m_K N/2$. Искомое отношение находим как

$$\frac{m_A N/2 + m_K N/2}{m_A N} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{m_K}{m_A} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{8}{7} \right) = \frac{15}{14}.$$

Разбалловка. Понято, что молекулы равномерно заполняют сосуды – 15 баллов.

Записана масса содержимого сосуда с азотом до соединения – 5 баллов.

Записана масса содержимого этого сосуда после установления равновесия – 10 баллов.

Получен ответ – 10 баллов.