МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского»
Гуманитарно-педагогическая академия (филиал) в г. Ялте
Институт экономики и управления
Кафедра математики, теории и методики обучения математике

УТВЕРЖДАЮ
Директоринститута
____________ П.Е.Житный
"_____"__________ 2018г.

Шилова Л.И.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для организации самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математические структуры»

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Напрвленность: «Математика»

Ялта2018

Методические указания составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта ВО по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование» и Положения об организации самостоятельной работы обучающихся ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского»

Методические указания рассмотрены на заседании учебно-методической комиссии института экономики и управления, протокол №____ от «__» _______ 2018 года и признаны соответствующими требованиям ФГОС и Положения об организации самостоятельной работы обучающихся ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского»

Председатель УМК института Н.К. Боярчук

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике, протокол № 12от30мая2018 года и признаны соответствующими требованиям ФГОС и Положения об организации самостоятельной работы обучающихся ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского»

Зав. кафедрой д.ф.-м.н., доц. С.А. Мельник

Методические указания рассмотрены на заседании ученого совета института экономики и управления, протокол № ___ от « »_________2018 года и признаны соответствующими требованиям ФГОС и Положения об организации самостоятельной работы обучающихся ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского»

УДК 514.122

Шилова Л.И. Методические рекомендации для организации самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математические структуры» [Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование, направленность: «Математика»] / Л. И. Шилова. – Ялта: РИО Гуманитарно-педагогическая академия (филиал) ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского», 2018. – 21 с.

Цель настоящих методических рекомендаций – обеспечить обучающимся возможность самостоятельно изучать теоретический материал, выработать умения и навыки практического применения теоретических знаний, ознакомить с критериями и показателями оценки результатов освоения дисциплины. Структура методических рекомендаций позволит обучающемуся получить представление об организации процесса освоения дисциплины «Основные структуры современной математики».

Предназначены для обучающихся по направлению подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование, направленность: «Математика».

Рецензент:
доцент кафедры информатики
и информационных технологий, к.ф.-м.н. А.Н. Майорова

СОДЕРЖАНИЕ

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

*Основной целью*формирование профессиональных компетенций учителей математики, необходимых для осуществления предпрофильной и профильной подготовки школьников, исследовательской работы по математике.В результате изучения данной дисциплины обучающийся должен обладать систематизированными базовыми знаниями, умениями и навыками в обозначенной сфере, а также уметь практически их применить в процессе самостоятельной работы, и при дальнейшем изучении узкопрофильных дисциплин.

*Задачи дисциплины.*В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- основные типы математических структур;

-методы применения основных математических структур при изучении алгебры, геометрии, теории функций;

уметь:

- анализировать и сравнивать различные подходы к созданию структур по математике для основной и высшей школы, оценивать их методические возможности и предполагаемые результаты обучения;

- идентифицировать теоретико-множественные, логические, алгебраические, топологические структуры;

владеть навыками:

- построения математических структур;

- исследования свойств математических структур;

- применения методики использованияматематических структур при обучении математике.

СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ И ПОРЯДОК ЕЁ ИЗУЧЕНИЯ

Учебным планом магистерской программы предусмотрено изучение дисциплины в течение 180 академических часов.

Курс состоит из пяти разделов:

Раздел 1. Математические структуры и содержание обучения математике.

Раздел 2. Виды математических структур в современной математике. Алгебраические структуры.

Раздел 3. Топологические структуры.

Раздел 4. Структуры инцидентности.

Раздел 5. Взаимосвязь основных математических структур.

Материалы, включённые в разделы, представляют собой целостные, логически выстроенные части теории алгебраических, топологических и теоретико-множественных структур и требуют комплексного освоения как единого целого. Науки:теория множеств, геометрия, алгебра, топология являют собой классические примеры *аксиоматических* математических теорий, фундаментом которых служат математические структуры. Их изучение вырабатывает у обучающихся навыки логического мышления, умения работать с типовыми геометрическими иалгебраическими объектами, отображениями множеств. При изучении данной дисциплины важным является формирование у обучающихся устойчивых умений и навыков использования аксиоматического метода построения математической теории. В результате освоения дисциплины обучающийся должен освоить не только определения и свойства основных математических структур, но и методику их использования при обучении математике.

На изучение теоретической части материала дисциплин выделено 51 час аудиторных занятий. Освоение теоретического материала осуществляется в форме лекций (17 часов). Наличие такой формы занятий является необходимым условием освоения двух основополагающих методик: *аксиоматического метода построения математических теорий, идентификации математической структуры, использование свойств математических структур при изучении конкретного объекта исследования.* В текстах лекций преподаватель описывает общую структуру объекта, объясняет его особенности и методику работы с ним. На выработку практических навыков использования теории выделено 34 часа аудиторных практических занятий. Для выработки системы теоретических знаний и устойчивых навыков её применения, обучающийся должен выполнить значительный объём самостоятельной работы на которую выделено 129 часов.

УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Раздел 1. Математические структуры и содержание обучения математике.
При изучении данного раздела рекомендуется изучить: [1, гл. I], [2, Введение], [3, Глава 4],[4],[5], материал электронного ресурса 3.
Вопросы для самоконтроля.

1. Какова основная цель аксиоматического построения математической теории?
2. Опишите основные принципы построения математических моделей окружающей действительности.
3. Какова роль понятий число, фигура, множество, функция при построении математических моделей?
4. Назовите основные типы математических структур.
5. Поясните различие между понятиями аксиома, определение, теорема. Приведите примеры аксиом, определений и теорем.
6. Составьте краткий обзор литературы по теме «Аксиоматический метод построения математических теорий» основываясь на источниках, представленных в электронном ресурсе eLIBRARY.RU.

Раздел 2. Виды математических структур в современной математике. Алгебраические структуры.
При изучении теории алгебраических структур рекомендуется изучить: [1, гл. II, гл. IV, § 1, 4], [2, гл. 1]. Для закрепления навыков практического применения теории алгебраических структур рекомендуется решить примеры: [3, гл. 1, § 1,2, задачи 1 -14 с. 30-31, примеры 1 – 7, с. 27 - 30].
Вопросы для самоконтроля.

1. Сформулируйте определение структуры.
2. Приведите примеры алгебраических структур, построенных на множествах, состоящих из чисел.
3. Приведите примеры алгебраических структур, построенных на множествах, состоящих из векторов.
4. Приведите примеры алгебраических структур, построенных на множествах, состоящих из отображений.

5. Составьте краткий реферат по теме «Алгебраические структуры», основываясь на материале книг [3], [4].

Раздел 3.Топологические структуры**.**

При изучении теории топологических структур рекомендуется изучить: [1, гл. II, § 1, 2, 3], [2, гл. 4, § 4.1, 4.2, гл. 5]. Для закрепления навыков практического применения теории рекомендуетсяизучить примеры, изложенные в[3, § 3]. По материалам [3, § 3] напишите изложение.

Вопросы для самоконтроля.

1. Сформулируйте определение измеримого пространства.
2. Приведите примеры измеримых пространств, состоящих из:
   - действительных чисел;
   - рациональных чисел;
   - упорядоченных пар действительных чисел;
   -упорядоченных пар рациональных чисел.
3. Сформулируйте определение метрики, заданной на измеримом пространстве.
4. Приведите примеры метрик, заданных на измеримых пространствах, указанных в вопросе 2.
5. Сформулируйте определение открытого множества в метрическом пространстве. Приведите примеры открытых множеств и множеств, не являющихся открытыми.

Раздел 4.Структуры инцидентности**.**

При изучении теории рекомендуется изучить: [1, гл. II, § 4, пункты 1 - 4], [2, гл. 6, § 6.1, 6.2]. Для закрепления навыков практического применения теории рекомендуется изучить примеры [2, § 4, пункты 5 - 7]. По материалам [2, § 4, пункты 5 - 7] напишите изложение.

Вопросы для самоконтроля.

1. Сформулируйте определение бинарного соответствия. Приведите пример.
2. Сформулируйте определение следствия двух соответствий. Приведите пример.
3. Сформулируйте определение противоположных соответствий. Приведите пример.
4. Сформулируйте определение композиции соответствий. Приведите пример.
5. Сформулируйте определение обратного соответствия. Приведите пример.

6. Сформулируйте определение образа и прообраза элемента для некоторого соответствия. Приведите пример.
7. Сформулируйте определение отношения эквивалентности. Приведите пример.
8. Перечислите свойства отношения эквивалентности.
9. Сформулируйте определение отношения порядка. Приведите пример.
10. Перечислите свойства отношения порядка.

Раздел 5.Взаимосвязь основных математических структур**.**

При изучении теории рекомендуется изучить: [1, гл. III, § 1], [2, гл. 7, § 7.1]. Для закрепления навыков практического применения теории математических структур рекомендуется изучить[1, гл. III, §2, 3]. По изученному материалу напишите изложение.

Вопросы для самоконтроля.

1. Перечислите основные виды отображений, изучаемые в школьной математике.
2. Приведите пример отображения числового множества в числовое множество. Опишите свойства этого отображения.
3. Приведите пример отображения числового множества в точечное множество. Опишите свойства этого отображения.
4. Приведите пример отображения множества геометрических фигур в числовое множество. Опишите свойства этого отображения.
5. Приведите пример отображения точечного множества в точечное множество. Опишите свойства этого отображения.
6. Охарактеризуйте пространство действительных чисел как алгебраическую, топологическую и инцидентную структуру.
7. Составьте изложение по теме «Основные математические структуры в школьной математике» основываясь на материале [2, гл. III, IV] и источниках, представленных в электронном ресурсе BIBLIO-ONLINE.RU.

ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочей программой дисциплины предусмотрены две процедуры оценивания результатов освоения дисциплины: контрольная работа и экзамен.

Задания для контрольной работы по дисциплине «Математические структуры»

Контрольнаяработа является формой отчёта о результатах самостоятельной работы обучающихся в течение учебного семестра. Защита результатов выполнения контрольной работы проводится в форме собеседования. Каждая задача защищается отдельно после изучения соответствующего раздела.

Шкала оценивания результатов выполнения контрольной работы

Задача №	1	2	3	4	5
Баллы	5	5	10	15	15

Баллы, полученные по результатам защиты контрольной работы, включаются в экзаменационную оценку как слагаемое.

Вариант 1

Задача 1. Заданы множества: $A=\{1,3,7\}$, $B=\{2,3,5,\}$, $C=\{1,3,4,7\}$.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества A до множества C.
5. Для множества C построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: $A=[1;3)$, $B=(1;4]$, $C=(0;3)$.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества A до множества C.
5. Для множества Cописать множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 3. Какое из указанных множеств векторов образует аддитивную группу?

$A=\{$*Множество векторов* $x=(x_1,x_2,x_3)$ *таких, что* $x_1+3x_2-x_3=0\}$, *B={Множество векторов x=(x_1,x_2,x_3) таких, что x_1+x_3=0, x_2=1}.*

Задача 4. Докажите, что формула $r(x,y)=\sqrt{2(x_1-y_1)^2+3(x_2-y_2)^2}$ задаёт метрику в пространстве R^2.Задают ли метрику в указанном пространстве формулы: $p(x,y)=\sqrt{(x_1-y_1)^2+2(x_1-y_1)(x_2-y_2)+(x_2-y_2)^2}$и $q(x,y)=2|x_1-y_1|+3|x_2-y_2|$?

Задача 5. Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой *r(x,y).*Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.

$A=\{x\in R^2: 2x_1-1<x_2<2x_1+5\}$, $B=\{x\in R^2: 1\le x_1<2,\ 2<x_2<3\}$.

Вариант 2

Задача 1. Заданы множества: *A={1,2,5}, B={-2,3,7,}, C={1,2,3,5}.*

1. Построить $A\cup B$.
2. Построить $A\cap B$.
3. Какие из включений верны $A\subseteq B, B\subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C* построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: *A=[-1;3), B=(1;3], C=(-2;3).*

1. Построить $A\cup B$.
2. Построить $A\cap B$.
3. Какие из включений верны $A\subseteq B, B\subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C*опишите множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 3. Какое из указанных множеств чисел образует кольцо?

A={Множество чисел вида $a+b\sqrt{2}$, где aиb – рациональные числа},

B={Множество чисел вида $a+b\pi$, где aиb – рациональные числа}.

Задача 4. Докажите, что формула $r(x,y)=\sqrt{(x_1-y_1)^2+2(x_2-y_2)^2}$ задаёт метрику в пространстве R^2. Задают ли метрику в указанном пространстве формулы: $p(x,y)=\sqrt{2(x_1-y_1)^2-12(x_1-y_1)(x_2-y_2)+3(x_2-y_2)^2}$ и $q(x,y)=2|x_1-y_1|+|x_2-y_2|$?

Задача 5. Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой *r(x,y).* Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.

$A=\{x\in R^2: (x_1-2)^2+2(x_2+1)^2<9\}$, $B=\{x\in R^2: 1\le x_1-x_2<2\}$.

Вариант 3

Задача 1. Заданы множества: *A={0,3,4}, B={2,3,5}, C={-1,0,3,4}.*

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C.*
5. Для множества *C* построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: *A=[-1;4), B=[-3;4], C=(-3;6).*

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C.*
5. Для множества *C*опишите множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

*Задача 3.*Докажите, что совокупность всех поворотов плоскости вокруг точки (1; 2) образует группу относительно операции последовательного выполнения таких поворотов.

Задача 4. Докажите, что формула $r(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + 4(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) + 13(x_2 - y_2)^2}$задаёт метрику в пространстве R^2.Задают ли метрику в указанном пространстве формулы:$p(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 - (x_2 - y_2)^2}$и $q(x,y) = |x_1 - y_1| - |x_2 - y_2|$?

*Задача 5.*Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой *r(x,y).* Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.

$A = \{x \in R^2 : -1 < x_1 < 2, 0 < x_2 < 3\}$,

$B = \{x \in R^2 : 1 \leq x_1 - x_2 < 2, 1 < x_2 < 3\}$.

Вариант 4

Задача 1. Заданы множества: *A={0,1,4}, B={-2,3,5,}, C={-2,0,1,4}.*

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C.*
5. Для множества *C* построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: *A=[-5;2), B=(-3;6], C=(-6;6).*

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C*опишите множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

*Задача 3.*Докажите, что совокупность всех преобразований гомотетий плоскости с центром (1; 2) образует группу относительно операции последовательного выполнения таких гомотетий.

Задача 4. Докажите, что формула$r(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + 5(x_2 - y_2)^2}$ задаёт метрику в пространстве R^2.Задают ли метрику в указанном пространстве формулы:$r(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + 4(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) + 4(x_2 - y_2)^2}$и $q(x,y) = |x_1 - y_1| + 5|x_2 - y_2|$?

*Задача 5.*Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой *r(x,y)*. Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.

$A = \{x \in R^2 : -0.5\, x_1 + 1 < x_1 < -0.3x_1 + 5\}$,

$B = \{x \in R^2 : 1 \le x_1 + 2x_2 + 1 < 2\}$.

Вариант 5

Задача 1. Заданы множества: *A={-1,0,5}, B={2,3,5}, C={-1,0,1,5}.*

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C* построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: *A=[-1;0), B=[-3;6], C=(-3;6).*

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C*опишите множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

*Задача 3.*Какое из указанных множеств чисел образует кольцо?

A=*{Множество чисел вида* $a + \frac{b}{\sqrt{12}}$*, где* a*и*b *– рациональные числа}*,

B=*{Множество чисел вида* $a + b \cdot \pi^3$*, где* a*и*b *– рациональные числа}.*

Задача 4. Докажите, что формула$r(x,y) = \sqrt{3(x_1 - y_1)^2 + 2(x_2 - y_2)^2}$

задаёт метрику в пространстве R^2.Задают ли метрику в указанном пространстве формулы:$p(x,y) = \sqrt{9(x_1 - y_1)^2 + 6(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) + (x_2 - y_2)^2}$и $q(x,y) = |4x_1 - y_1| - 3|x_2 - y_2|$?

*Задача 5.*Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой *r(x,y)*. Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.

$A = \{x \in R^2: 1 < 3x_1^2 + 2x_2^2 < 2\}$,

$B = \{x \in R^2: 1 < x_1 < 2,\ 0 \le 2x_1 + x_2 < 5\}$.

Вариант 6

Задача 1. Заданы множества: *A={2,4,7}, B={-2,3,6,}, C={2,3,4,6}*.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C* построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: *A=[-4;4), B=(-6;6], C=(-6;6)*.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C*опишите множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

*Задача 3.*Докажите, что совокупность всех преобразований плоскости,при которых треугольник с вершинами в точках $A(0;1), B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right), C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ переходит в себя, образует группу относительно операции последовательного выполнения таких преобразований.

Задача 4. Докажите, что формула $r(x,y) = \sqrt{5(x_1 - y_1)^2 + 4(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) + 4(x_2 - y_2)^2}$задаёт метрику в пространстве R^2.Задают ли метрику в указанном пространстве формулы:$p(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 - 5(x_2 - y_2)^2}$и $q(x,y) = |x_1 - y_1| + 5|x_2 - y_2|$?

*Задача 5.*Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой *r(x,y)*. Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.

$A = \{x \in R^2: x_2 + 1 < x_1 < -3x_2 + 1\}$,

$B = \{x \in R^2: 1 < x_1 - 2x_2 \le 2\}$.

Вариант 7

Задача 1. Заданы множества: *A={1,0,5}*, *B={2,3,7}*, *C={0,1,3,5}*.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C* построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: *A=[-1;0)*, *B=[-2;6]*, *C=(-2;7)*.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C*опишите множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

*Задача 3.*Докажите, что совокупность всех преобразований плоскости,задаваемых правилом: $\tilde{x} = xe^a, \tilde{y} = ye^b, \forall a \in R^1, \forall b \in R^1$, образует группу относительно операции последовательного выполнения таких преобразований.

Задача 4. Докажите, что формула$r(x,y) = \sqrt{5(x_1 - y_1)^2 + 3(x_2 - y_2)^2}$ задаёт метрику в пространстве R^2.Задают ли метрику в указанном пространстве формулы:$p(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 - (x_1 - y_1)(x_2 - y_2) + (x_2 - y_2)^2}$и $q(x,y) = |x_1 - y_1| - 2|x_2 - y_2|$?

*Задача 5.*Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой *r(x,y)*. Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.

$A = \{x \in R^2 : 1 < x_1, 2 < x_2\}$,

$B = \{x \in R^2 : 1 < x_1 < 2,\ 0 \leq x_1 - x_2 < 5\}$.

Вариант 8

Задача 1. Заданы множества: *A={1,5,7}*, *B={2,3,7}*, *C={0,1,5,7}*.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C* построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: *A=[-4;0)*, *B=[-5;6]*, *C=(-5;6)*.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C*опишите множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 3. Докажите, что совокупность всех преобразований плоскости,при которых квадрат с вершинами в точках *A(-1;1), B(1;1), C(1;-1), Д(-1;1)* переходит в себя, образует группу относительно операции последовательного выполнения таких преобразований.

Задача 4. Докажите, что формула$r(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + 7(x_2 - y_2)^2}$ задаёт метрику в пространстве R^2.Задают ли метрику в указанном пространстве формулы:$p(x, y) = \sqrt{9(x_1 - y_1)^2 - 6(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) + 2(x_2 - y_2)^2}$и $q(x, y) = 7|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$?

*Задача 5.*Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой *r(x,y)*. Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.

$A = \{x \in R^2 : (x_1 - 1)^2 + 7(x_2 + 1)^2 > 1\}$,

$B = \{x \in R^2 : 1 < x_1 \leq 2,\ 0 < x_2 < 5\}$.

Вариант 9

Задача 1. Заданы множества: *A={-1,0,2}, B={2,3,7}, C={-2,-1,0,1}.*

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C* построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: *A=[-5;1), B=[-5;6], C=(-6;6).*

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C*опишите множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 3. Докажите, что совокупность всех преобразований плоскости,задаваемых правилом: $\tilde{x} = x + ay, \tilde{y} = y, \forall a \in R^1$, образует группу относительно операции последовательного выполнения таких преобразований.

Задача 4. Докажите, что формула

$$r(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + 2(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) + 2(x_2 - y_2)^2}$$

задаёт метрику в пространстве R^2.Задают ли метрику в указанном пространстве формулы:$p(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 - 3(x_2 - y_2)^2}$и$q(x,y) = |x_1 - y_1| + 3|x_2 - y_2|$?

*Задача 5.*Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой *r(x,y)*. Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.

$A = \{x \in R^2 : 1 < x_1 < 2\}$, $B = \{x \in R^2 : x_2 \leq x_1^2\}$.

Вариант 10

Задача 1. Заданы множества: *A={-2,0,2}*, *B={-2,2,7}*, *C={-3,-2,0,2}*.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C* построить множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

Задача 2. Заданы множества: *A=(-5;1]*, *B=[-6;5]*, *C=(-6;6)*.

1. Построить $A \cup B$.
2. Построить $A \cap B$.
3. Какие из включений верны $A \subseteq B, B \subseteq C$?
4. Построить дополнение множества *A* до множества *C*.
5. Для множества *C*опишите множество всех его подмножеств. Образует ли это множество алгебру относительно операций объединения и пересечения множеств?

*Задача 3.*На плоскости задана декартова система координат. Какие из указанных множеств образуют аддитивную группу?

A={*Множество векторов плоскости, которые начинаются в начале координат и заканчиваются на прямой*$x_2 = -3x_1$},

B={*Множество векторов плоскости, которые начинаются в начале координат и заканчиваются на прямой*$x_2 = x_1 + 1$}.

Задача 4. Докажите, что формула$r(x,y) = \sqrt{4(x_1 - y_1)^2 + 3(x_2 - y_2)^2}$ задаёт метрику в пространстве R^2.Задают ли метрику в указанном пространстве формулы:$p(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 - 2(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) + 2(x_2 - y_2)^2}$и$q(x,y) = 7|x_1 - y_1| - |x_2 - y_2|$?

*Задача 5.*Опишите структуру топологического пространства, порождённого линейным пространством R^2и метрикой $r(x,y)$. Для каждого из указанных множеств определите является ли оно открытым в построенном топологическом пространстве.
$A = \{x \in R^2: 1 < x_1 < 2x_2\}$, $B = \{x \in R^2: x_2 \leq \frac{1}{x_1}\}$.

Формой промежуточной аттестации, предусмотренной учебным планом , является экзамен. Экзаменационный билет состоит из теоретического вопроса и задачи.

Вопросы, выносимые на экзамен по дисциплине «Математические структуры»

1. Сформулируйте определение алгебраической структуры и перечислите её свойства. Приведите примеры алгебраических структур, изучаемых в школьном курсе математики.
2. Сформулируйте определение топологической структуры и перечислите её свойства. Приведите примеры алгебраических структур, изучаемых в школьном курсе математики.
3. Сформулируйте определение метрического пространства. Приведите примеры метрических пространств.
4. Сформулируйте определение группы. Перечислите свойства групп Приведите примеры групп, изучаемых в школьном курсе математики.
5. Сформулируйте определение преобразования движения на плоскости. Докажите, что множество поворотов координатной плоскости вокруг начала координат образует группу относительно операции суперпозиции таких поворотов.
6. Сформулируйте определение преобразования движения на плоскости. Докажите, что множество параллельных переносов координатной плоскости образует группу относительно операции суперпозиции таких переносов.
7. Сформулируйте определение открытого множества в метрическом пространстве. Перечислите свойства открытых множеств. Приведите примеры открытых множеств и множеств, не являющихся открытыми.

8. Сформулируйте определение отношения эквивалентности. Приведите пример. Перечислите свойства отношения эквивалентности.
9. Сформулируйте определение отношения порядка. Приведите пример. Перечислите свойства отношения порядка.
10. Охарактеризуйте пространство действительных чисел ка алгебраическую, топологическую и инцидентную структуру.
11. Охарактеризуйте пространство рациональных чисел ка алгебраическую, топологическую и инцидентную структуру.
12. Сформулируйте определение множества элементарных функций. Охарактеризуйте его как математическую структуру.
13. Сформулируйте определение показательной функции. Перечислите ей свойства.
14. Сформулируйте определение линейного отображения пространства R^nна пространство R^n. Охарактеризуйте множество таких преобразований как математическую структуру.
15. Сформулируйте и докажите комбинаторные правило суммы и правило умножения для конечных множеств. Опишите классификацию комбинаторных выборок. Укажите формулы для вычисления количества различных вариантов осуществления выборки для каждого типа.

Задачи, включаемые в экзаменационные билеты, близки по содержанию к задачам, представленным в контрольной работе.

При оценивании ответов обучающегося на задания экзаменационного билета, ответ на теоретический вопрос оценивается в пределах 30 баллов, решение задачи – в пределах 20 баллов. Суммарная экзаменационная оценка равняется сумме баллов, полученных при защите результатов выполнения контрольной работы, и баллов, полученных за ответ по билету.

Шкала оценивания результатов экзамена.

Шкала оценивания ECTS	*Определение*	*Национальная шкала оценивания*	*Стобалльная шкала оценивания*
A	Обучающийся подтвердил: - всесторонние, систематические и глубокие знания учебного и нормативного материала по изучаемой дисциплине;	5 (отлично)	90-100

	- умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, и дополнительной учебной литературой, рекомендованной кафедрой; - навыки уверенного применения полученных знаний и умений при решении бытовых и профессиональных задач.		
B	Обучающийся подтвердил: - полное знание учебного материала, предусмотренного программой; - умение успешно выполнять предусмотренные в программе задания; - навыки уверенного применения полученных знаний и умений при решении бытовых и общепрофессиональных задач.	4 (хорошо)	83-89
C	Обучающийся подтвердил: - знание учебного материала, предусмотренного программой изучаемой дисциплины; - умение выполнять предусмотренные в программе задания; - навыки применения полученных знаний и умений при решении бытовых и общепрофессиональных задач.		75-82
D	Обучающийся подтвердил: - знание основного учебного материала в достаточном объеме; - умение справляться с выполнением заданий, предусмотренных программой; - навыки применения полученных знаний и умений при решении бытовых и общепрофессиональных задач.	3 (удовлетворительно)	68-74
E	Обучающийся подтвердил: - знание основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшего обучения; - умение частично справляться с выполнением заданий, предусмотренных программой; - навыки фрагментарного применения полученных знаний и умений при решении бытовых и		60-67

	общепрофессиональных задач.		
FX	Обучающийся подтвердил: заслуживает обучающийся, подтвердивший знания, умения и навыки основного учебного материала на поверхностном уровне; не справившийся с выполнением заданий предусмотренных программой.	2 (неудовлетворительно)	35-59
F	Практическое содержание курса не освоено.Необходим повторный курс учебной дисциплины.		1-34

ПЕРЕЧЕНЬ ИСТОЧНИКОВ, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная литература

а) основная учебная литература:

1. Виленкин Н.Я. Современные основы школьного курса математики. [Текст] : Пособие для студентов пед. ин-тов./ Н.Я.Виленкин, К.И.Дуничев, Л.А.Калужнин, А.А.Столяр. -М.: Просвещение, 2012. -239 с.
2. Вечмотов Е.М. Основные структуры математики. [Текст]: Пособие для студентов пед. ин-тов./ Е.М. Вечмотов . – М.: Просвещение, 2013. -220 с.
3. Фрид Э. Введение в абстрактную алгебру. [Текст] :/ Э. Фрид. – М.: Мир, 1979. – 260 с.

б) дополнительная литература:

4. Пиаже Ж. Структуры математические и операторные структуры мышления. В книге "Преподавание математики". М. Учпедгиз, 1960.-С.
5. Пиаже Ж., Инельдер Б. Генезис элементарных логических структур. -М.: ИЛ, 1963.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «интернет», необходимых для освоения дисциплины:

1. eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: http://www.elibrary.ru
2. BIBLIO-ONLINE.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: http://www.biblio-online.ru
3. OZON.RU [Электронный ресурс] / [Burbaki_N.]_Arhitektura_matematiki(BookFi)html

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ШИЛОВАЛюбовьИвановна

Методические рекомендации по дисциплине «Основные структуры современной математики»[для обучающихся по направлению подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование, направленность: «Математика»]

УДК 514.122

Редактор: Лобачева Н. А.

Сдан к составл. __.__.2018 г. Подписано к печати ___.___.2018 г.
Формат 60Х84 1/16. Бумага офсет. Гарнитура TimesNewRoman.
Печать ризографическая. Усл. печат. листов.___.
Тираж ___ экз.Зак. № ____

Издательство ГПА (филиал) ФГАОУ ВО «КФУ им. В. И. Вернадского» в г. Ялте
ул. Гоголя, 2, г. Ялта,
тел: (3654) 32-21-14
факс (3654) 32-30-13