

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ (ФИЛИАЛ)  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО» В Г. ЯЛТЕ**

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора Гуманитарно-  
педагогической академии (филиал)

ФГАОУ ВО «КФУ имени

В.И. Вернадского» в г. Ялте

\_\_\_\_\_ Н. В. Горбунова

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019 г.

**Учебно-методические рекомендации по финансовой статистике**

**для студентов экономических специальностей**

**Формирование инвестиционного портфеля по методу Марковица в Excel**

Направление подготовки: 38.03.01 «Экономика»

Профиль подготовки: «Финансы и кредит»

Ялта 2019

## Содержание

Цель .....	3
Студент должен уметь.....	3
Студент должен знать.....	3
Информационный материал.....	3
Метод Марковица оптимизации инвестиционного портфеля.....	4
Метод Марковица оптимизации инвестиционного портфеля в электронных таблицах.....	9
Список вопросов.....	23
Задачи для самостоятельного выполнения.....	23
Варианты для самостоятельного выполнения.....	25
Список литературы.....	27

**Цель темы:**

Освоить метод Марковица по формированию инвестиционного портфеля обеспечивающего минимальный риск с заданной доходностью и его реализацию с использованием электронной таблицы Excel.

**Студент должен уметь:**

- обосновывать методику формирования инвестиционного портфеля Марковица;

- рассчитывать необходимые показатели портфеля;

- делать выводы по формированию оптимального портфеля

**Студент должен знать:**

- основные понятия темы (корреляция, ковариация, дисперсия, сигма, среднее значение);

- методику расчета средних величин, ковариации, дисперсии и корреляции;

- область применения модели Марковица.

**Место проведения**

Дисплейный класс кафедры финансы и кредит

**Оснащение занятия**

Мультимедийный проектор

Наглядный материал в виде мультимедийных презентаций

Персональные компьютеры

**Информационный материал**

Инвестиционный портфель – это совокупность различных финансовых инструментов, удовлетворяющих цели инвестора и, как правило, заключается в создании таких комбинаций активов, которые бы обеспечили максимальную доходность при минимальном уровне риска.

Г. Марковиц в 1952 году впервые предложил математическую модель формирования инвестиционного портфеля. В основе его модели лежат два ключевых показателя любого финансового инструмента: доходность и риск, которые были количественно измерены. Доходность по модели представляет собой математическое ожидание доходностей, а риск определяется как

разброс доходностей возле математического ожидания и рассчитывается через стандартное отклонение.

До модели Г. Марковица инвестирование происходило, как правило, в выборочные активы или финансовые инструменты, предложенная же им модель позволила снизить систематические (рыночные) риски за счет группировки активов с отрицательной корреляцией доходностей.

Следует заметить универсальность модели, так инвестиционный портфель может быть технически составлен для любых видов финансовых инструментов и активов: акций, облигаций, фьючерсов, индексов, недвижимости и т.д.

### **Метод Марковица оптимизации инвестиционного портфеля**

Каждый инвестор, инвестируя в ценные бумаги, стремится получить максимум прибыли при минимальном риске. Нас интересует сколько % на какую ценную бумагу мы будем тратить?

Про каждую ценную бумагу мы знаем ее доходность. Пусть  $r_1$  – средняя доходность за определенный отрезок времени (предыдущий). Как рекомендуют классики, нужно смотреть в прошлое на лет 7-10, т.е.  $r_1$  – усреднение доходности ценных бумаг за период  $r_1 \dots r_n$ . Доходность измеряется в процентах, а что касается дисперсии, то она измеряется в квадратных процентах и обозначается  $D_1 \dots D_n$ . Вместо дисперсии можно использовать среднеквадратическое отклонение  $\sigma_1 \dots \sigma_n$ .

Так же необходимо знать ковариацию каждой бумаги с каждой бумагой  $cov_{ij}$ , для всех  $i \neq j$ ;  $i, j = 1 \dots n$ , или можно использовать коэффициент корреляции  $\rho_{ij} = \frac{cov_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{cov_{ij}}{\sqrt{D_i D_j}}$ ; ковариация в этом случае будет выглядеть таким образом:  $cov_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ . Эти все исходные данные которые необходимо получить обрабатывая информацию о рынке ценных бумаг.

Итак, нам нужно создать набор долей в наших инвестициях.  $W_1$  – доля вложения в бумагу №1, а  $W_1 \dots W_n$  доля вложений в бумагу №n. Сумма этих долей  $W_1 + \dots + W_n = 1$ , либо

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1$$

Например, наша задача получить инвестиции в размере  $Rn$ ; а значит равна она  $Rn = w_1 r_1 + \dots + w_n r_n$ ; либо

$$\sum_{i=1}^n w_i r_i = Rn$$

Цель – создать минимальный риск, для этого

$$D_n = \sigma_n^2 = w_1^2 * D_1 + w_n^2 + D_n + \sum_{i \neq j} w_i w_j * cov_{ij} \rightarrow \min, \text{ либо}$$

$$D_n = w_1^2 \sigma_1^2 + \dots + w_n^2 \sigma_n^2 + \sum_{i \neq j} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \rightarrow \min.$$

В математике это носит название поиск условного экстремума.

Допустим у нас есть доходность  $r_1=10\%$  и  $r_2=20\%$ , желаемая прибыль 15%. Что для этого необходимо сделать?

$$\text{У нас есть система уравнений } \begin{cases} w_1 r_1 + w_2 r_2 = Rn \\ w_1 + w_2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Подставляем } \begin{cases} 10w_1 + 20w_2 = 15 \\ w_1 + w_2 = 1 \end{cases} \quad - \quad \text{это система линейных}$$

алгебраических уравнений.

Используя метод вычислений, когда из первого уравнения вычитают второе уравнение 10 раз, получим такой ответ:

$$10w_2 = 5$$

$$w_2 = 0,5$$

$$w_1 = 0,5$$

Ответ: при  $w_2 = 0,5$  и  $w_1 = 0,5$  доход составит 15%.

Мы можем получить и 12% дохода.

$$\begin{cases} 10w_1 + 20w_2 = 12 \\ w_1 + w_2 = 1 \end{cases}$$

$$10w_2 = 2$$

$$w_2 = 0,2$$

$$w_1 = 0,8$$

Ответ: при  $w_2 = 0,2$  и  $w_1 = 0,8$  доход составит 12%.

Когда мы берем только  $w_2$ , а  $w_1 = 0$ , значит  $0*10+1*20 = 20$ .

А получить дохода больше 20% можно? Запросим 25%, что даст нам решение?

$$\begin{cases} 10w_1 + 20w_2 = 25 \\ w_1 + w_2 = 1 \end{cases}$$

$$10w_2 = 25$$

$$w_2 = 1,5$$

$$w_1 = -0,5$$

$w_1$  - получило отрицательное значение, что может быть в действительности. Это называют как иметь «открытую позицию», т.е. составить договор о том, что вы получаете деньги сейчас, а ценные бумаги с прибылью возмещаете в некоторый момент времени. И эти деньги вы используете для того чтобы приобрести более высокодоходную бумагу, а значит более рисковую.

Метод Марковица заключается в том, что например вам нужно найти экстремум (в нашем случае минимума) имеющих  $n$  переменных и нужно найти е минимум  $f(x_1 \dots x_n) \rightarrow \min$ .

Когда речь идет о  $\min$  безусловном, то  $\min$  находится следующим образом: вычисляются частные производные по  $(x_1 \dots x_n)$

$$\begin{cases} \frac{\delta f}{\delta x_1} \\ \frac{\delta f}{\delta x_n} = 0 \end{cases}$$

Это необходимые условия гладкой функции (для  $\min$  и для  $\max$ ). Но в нашем примере не безусловный экстремум, а с определенными условиями:

$$\left. \begin{matrix} \varphi_1(x_1 \dots x_n) = 0 \\ \varphi_m(x_1 \dots x_n) = 0 \end{matrix} \right\} m < n$$

Эта задача в формулировке Лагранжа, и по Лагранжу она решается так:

$$L(x_1 \dots x_n, \lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_m) = f(x_1 \dots x_n) + \sum_{i=1}^m [\lambda_i \varphi_i(x_1 \dots x_n)] \rightarrow \min$$

1. Необходимо посчитать частные производные от этой функции и производные по  $\lambda$ .

$$\frac{\delta L}{\delta x_j} = \frac{\delta f}{\delta x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\delta P_i(x_1 \dots x_n)}{\delta x_j}; j=1 \dots n,$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda_k} = \varphi_k(x_1 \dots x_n); k=1; m.$$

Если все частные производные приравнять к 0, получим систему уравнений, имеющих  $n+m$  переменных. Решением будет являться  $\min$  нашей функции Лагранжа и одновременно условным  $\min f(x_1 \dots x_n)$ .

В «роли» переменных выступают:  $w_1, w_2$  и в роли  $f(x_1 \dots x_n)$  выступает дисперсия портфеля:  $D_n = \sigma_n^2 = w_1^2 * D_1 + w_2^2 * D_2 + \dots + \sum_{i \neq j} w_i w_j * cov_{ij} \rightarrow \min$

Итак  $f(w_1 \dots w_n) = D_n(w_1 \dots w_n) = \sum_{i=1}^n (w_i^2 D_i) + \sum_{i \neq j} w_i w_j cov_{ij}$  - стремится к  $\min$  при следующих условиях:

$$\varphi_1(w_1 \dots w_n) = \sum_{i=1}^n w_i - 1 = 0$$

$$\varphi_2(w_1 \dots w_n) = \sum_{i=1}^n w_i r_i - Rn = 0$$

Функция Лагранжа для задачи Марковица:

$$L = (w_1 \dots w_n; \lambda_1; \lambda_2) = \sum_{i=1}^n w_i^2 D_i + \sum_{i \neq j} w_i w_j cov_{ij} + \lambda_1 (\sum_{i=1}^n w_i - 1) + \lambda_2 (\sum_{i=1}^n w_i r_i - Rn) \rightarrow \min$$

Считаем производные

$$\frac{\delta L}{\delta w_i} = 2w_i D_i + \sum_{j \neq i} w_j cov_{ij} + \lambda_1 + \lambda_2 r_i = 0; i = 1 \dots n.$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda_1} = \sum_{i=1}^n w_i - 1 = 0;$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda_2} = \sum_{i=1}^n w_i r_i - Rn = 0.$$

Итак, получается система уравнений.

$$\begin{cases} 2D_1 w_1 + cov_{1,2} w_2 + \dots + cov_{1,n} w_n + \lambda_1 + r_1 \lambda_2 = 0 \\ cov_{1,2} w_1 + 2D_2 w_2 + \dots + cov_{2,n} w_n + \lambda_1 + r_2 \lambda_2 = 0 \\ \dots \\ cov_{1,n} w_1 + cov_{2,n} w_2 + \dots + 2D_n w_n + \lambda_1 + r_n \lambda_2 = 0 \\ w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1 \\ r_1 w_1 + r_2 w_2 + \dots + r_n w_n = Rn \end{cases}$$

Методов решения этой системы уравнения много, продемонстрируем решение этого уравнения с помощью матрицы.

$$\begin{pmatrix} 2D_1 & \text{cov}_{1,2} & \cdots & w_n & \lambda_1 & \lambda_2 \\ \text{cov}_{1,2} & 2D_2 & \cdots & \text{cov}_{2,n} & 1 & r_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{cov}_{1,2} & \text{cov}_{2,n} & \cdots & 2D_n & 1 & 2_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ r_1 & r_2 & \cdots & r_n & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ Rn \end{pmatrix}$$

Матричная форма записи системы линейных уравнений алгебраических уравнений.

Пример умножения матрицы

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 10 \end{cases} ; \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Единичные матрицы ( E ) – Это диагональная матрица ( по диагонали всегда 1). Если умножить матрицу A на единичную матрицу E, то в ответе будет матрица A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Обратные матрицы  $A^{-1}$ . Если  $A^{-1} * A = E$ .

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение уравнения

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$x = 4$$

$$y = 3$$

Проверяем

$$\begin{cases} x + y = 4 + 3 = 7 \\ x + 2y = 4 + 6 = 10 \end{cases}$$

Для решения нашего уравнения требуется Microsoft Office Excel.



## Метод Марковица оптимизации инвестиционного портфеля в электронных таблицах

Рассмотрим наглядный пример формирования инвестиционного портфеля по модели Г. Марковица в программе Excel.

Введем в ячейки такие значения (рис.1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		r1	r2	r3	r4	r5			
2	1	2	5	4	7	5			
3	2	3	5,5	5	5	7			
4	3	2	6	5	8	4			
5	4	3	5	4	5	6			
6	5	4	4	6	9	8			
7	6	3	6	4	6	5			
8	7	2	4	5	7	4			
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									

Рис. 1 Ввод данных

Находим среднее значение для ячейки B9: открываем Мастер функций. Для этого определяем курсором ячейку B9, щелкаем мышью на кнопке  $f_x$  в строке состояния и открывается окно Мастер функций. В категории выбираем Статистические, в перечне функций находим функцию СРЗНАЧ и нажимаем ОК (Рис. 2; 3).

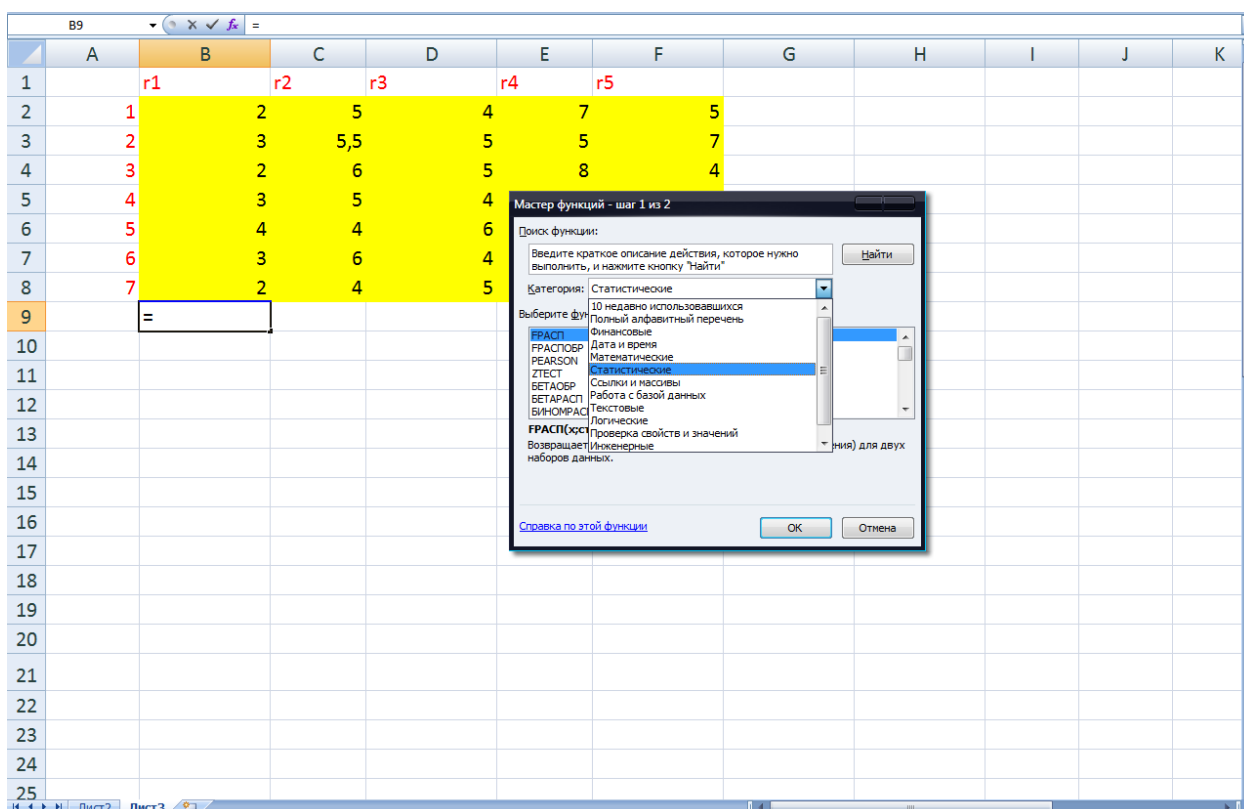


Рис.2 Выбор категории

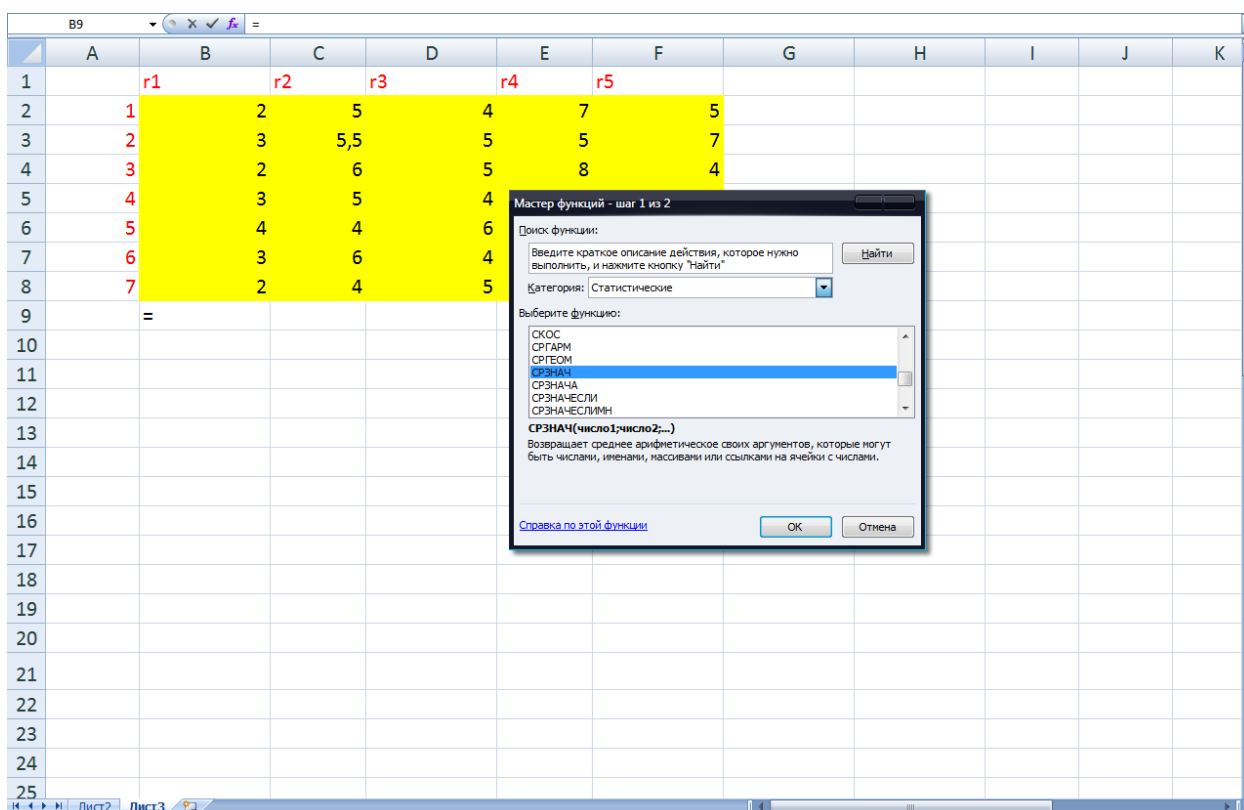


Рис. 3 Выбор функции СРЗНАЧ

В появившемся диалоговом окне Аргументы функции определяем массив В2:В8 и нажимаем *OK* (Рис. 4).

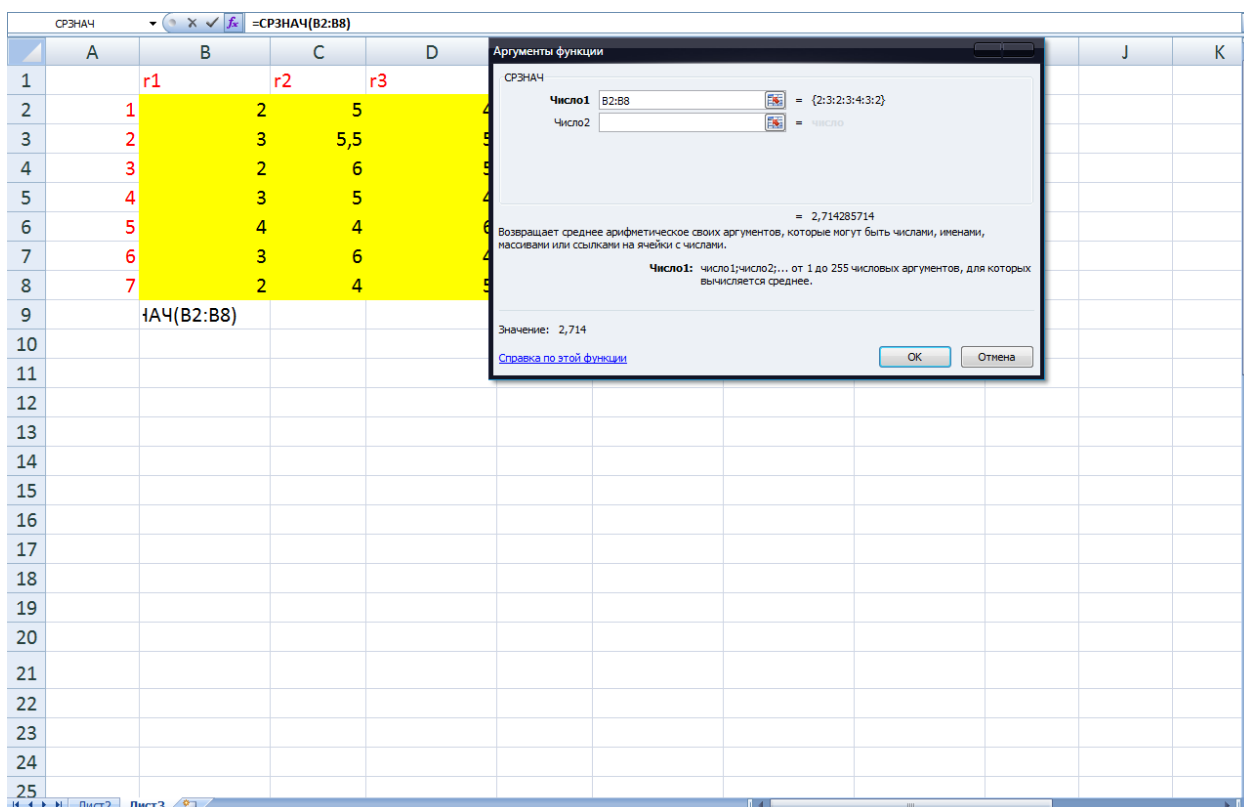


Рис. 4 Выбор массива

В нашем примере среднее значение = 2,714. Чтобы посчитать среднее значение r2,r3,r4,r5, мы направляем курсор в правый нижний угол на ячейку B9 (нажимаем) и тянем до ячейки F9 (включительно) (рис 5).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		r1	r2	r3					
2	1		2	5	4	7	5		
3	2		3	5,5	5	5	7		
4	3		2	6	5	8	4		
5	4		3	5	4	5	6		
6	5		4	4	6	9	8		
7	6		3	6	4	6	5		
8	7		2	4	5	7	4		
9	СРЕД		2,714	5,071	4,714	6,714	5,571		

Рис. 5 Расчет среднего значения для r2,r3,r4,r5.

Аналогичным способом вычисляем КОВАРИАЦИЮ. Определяем курсором ячейку В11, затем открываем, мастер функций, в перечне функций находим функцию КОВАР и нажимаем ОК. При выборе массива 1 вводим \$B2:\$B8, массив 2 – B\$2:B\$8 (рис. 6). После этого нажимаем ОК, и полученное в ячейке В11 протягиваем до ячейки F11(вкл-но) (рис. 7).

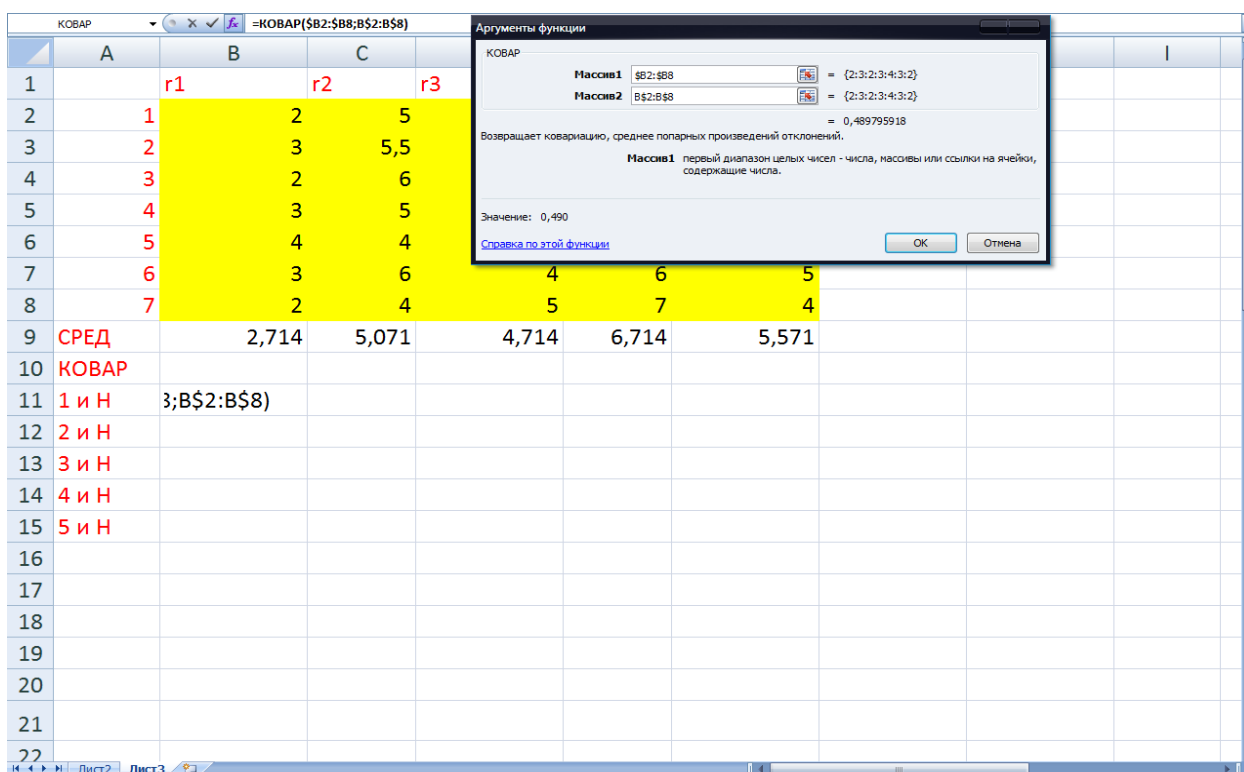


Рис.6 Выбор массива

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		r1	r2	r3	r4	r5			
2	1	2	5	4	7	5			
3	2	3	5,5	5	5	7			
4	3	2	6	5	8	4			
5	4	3	5	4	5	6			
6	5	4	4	6	9	8			
7	6	3	6	4	6	5			
8	7	2	4	5	7	4			
9	СРЕД	2,714	5,071	4,714	6,714	5,571			
10	КОВАР								
11	1 и Н	0,490	-0,122	0,204	0,061	0,878			
12	2 и Н								
13	3 и Н								
14	4 и Н								
15	5 и Н								

Рис. 7 Расчет ковариации

Расчет ковариации для 2 и Н делаем все аналогичным способом, только массив 1- \$C2:\$C8, массив 2- B\$2:B\$8. Для 3 и Н используем массив 1 - \$D2:\$D8. 4 и Н массив 1 -\$E2:\$E8, 5 и Н массив 1 - \$F2:\$F8 (массив 2 - у всех одинаковый) (рис.8).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		r1	r2	r3	r4	r5			
2	1	2	5	4	7	5			
3	2	3	5,5	5	5	7			
4	3	2	6	5	8	4			
5	4	3	5	4	5	6			
6	5	4	4	6	9	8			
7	6	3	6	4	6	5			
8	7	2	4	5	7	4			
9	СРЕД	2,714	5,071	4,714	6,714	5,571			
10	КОВАР								
11	1 и Н	0,490	-0,122	0,204	0,061	0,878			
12	2 и Н	-0,122	0,602	-0,265	-0,408	-0,327			
13	3 и Н	0,204	-0,265	0,490	0,633	0,449			
14	4 и Н	0,061	-0,408	0,633	1,918	0,020			
15	5 и Н	0,878	-0,327	0,449	0,020	1,959			

Рис. 8 Расчет ковариации

После этого составляем матрицу А, направляем курсор на В18 и в строку формул вводим: =2\*В11; для С19: =2\*С12; D20: =2\*D13; E21=2\*E14; F22: =2\*F15 , а L2- среднее значение (рис. 9).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		r1	r2	r3	r4	r5									
2	1	2	5	4	7	5									
3	2	3	5,5	5	5	7									
4	3	2	6	5	8	4									
5	4	3	5	4	5	6									
6	5	4	4	6	9	8									
7	6	3	6	4	6	5									
8	7	2	4	5	7	4									
9	СРЕД	2,714	5,071	4,714	6,714	5,571									
10	КОВАР														
11	1 и Н	0,490	-0,122	0,204	0,061	0,878									
12	2 и Н	-0,122	0,602	-0,265	-0,408	-0,327									
13	3 и Н	0,204	-0,265	0,490	0,633	0,449									
14	4 и Н	0,061	-0,408	0,633	1,918	0,020									
15	5 и Н	0,878	-0,327	0,449	0,020	1,959									
16															
17	матрица	W1	W2	W3	W4	W5	L1	L2		матрица			матрица		
18	A	0,980	-0,122	0,204	0,061	0,878	1	2,714		X	W1		B		0
19		-0,122	1,204	-0,265	-0,408	-0,327	1	5,071			W2				0
20		0,204	-0,265	0,980	0,633	0,449	1	4,714			W3				0
21		0,061	-0,408	0,633	3,837	0,020	1	6,714	*		W4	=			0
22		0,878	-0,327	0,449	0,020	3,918	1	5,571			W5				0
23		1	1	1	1	1	0	0			L1				1
24		2,714	5,071	4,714	6,714	5,571	0	0			L2				5

Рис. 9 Составление матрицы

Матрица обратная  $A^{-1}$ . Для этого определяем курсором ячейку B26, щелкаем мышью на кнопке  $f_x$  в строке состояния и открывается окно Мастер функций. В категории выбираем Математические, в перечне функций находим функцию МОБР (находит матрицу, обратную к данной) и нажимаем ОК. В массив вводим: B18:H24, нажимаем ок. Полученное значение: 0,187. Чтобы виден был весь ответ, выполняем следующие действия: Начиная с ячейки B26 выделяем семь строк и семь столбцов (именно столько было у исходной матрицы и столько же будет у обратной), нажимаем клавишу F2, а затем одновременно на три клавиши Ctrl+Shift+Enter. В выделенном месте появляются, теперь уже все, элементы обратной матрицы (рис. 10).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		r1	r2	r3	r4	r5									
2	1	2	5	4	7	5									
3	2	3	5,5	5	5	7									
4	3	2	6	5	8	4									
5	4	3	5	4	5	6									
6	5	4	4	6	9	8									
7	6	3	6	4	6	5									
8	7	2	4	5	7	4									
9	СРЕД		2,714	5,071	4,714	6,714	5,571								
10	КОВАР														
11	1 и Н	0,490	-0,122	0,204	0,061	0,878									
12	2 и Н	-0,122	0,602	-0,265	-0,408	-0,327									
13	3 и Н	0,204	-0,265	0,490	0,633	0,449									
14	4 и Н	0,061	-0,408	0,633	1,918	0,020									
15	5 и Н	0,878	-0,327	0,449	0,020	1,959									
16															
17	матрица	W1	W2	W3	W4	W5	L1	L2		матрица		матрица			
18	A	0,980	-0,122	0,204	0,061	0,878	1	2,714		X	W1	В	0		
19		-0,122	1,204	-0,265	-0,408	-0,327	1	5,071			W2		0		
20		0,204	-0,265	0,980	0,633	0,449	1	4,714			W3		0		
21		0,061	-0,408	0,633	3,837	0,020	1	6,714	*		W4	=	0		
22		0,878	-0,327	0,449	0,020	3,918	1	5,571			W5		0		
23		1	1	1	1	1	0	0			L1		1		
24		2,714	5,071	4,714	6,714	5,571	0	0			L2		5		
25															
26	матрица	0,187	-0,037	-0,357	0,183	0,024	1,772	-0,339							
27	A^-1	-0,037	0,383	-0,208	-0,080	-0,058	-0,103	0,104							
28		-0,357	-0,208	0,959	-0,265	-0,128	0,195	0,023							
29		0,183	-0,080	-0,265	0,223	-0,061	-0,343	0,091							
30		0,024	-0,058	-0,128	-0,061	0,222	-0,522	0,120							
31		1,772	-0,103	0,195	-0,343	-0,522	-2,911	0,590							
32		-0,339	0,104	0,023	0,091	0,120	0,590	-0,133							

Рис. 10 Обратная матрица

Находим произведение двух матриц. Определяем курсором ячейку J26, щелкаем мышью на кнопке  $f_x$  в строке состояния и открывается окно Мастер функций. В категории оставляем Математические, в перечне функций находим функцию МУМНОЖ и нажимаем ОК. В массив 1 вводим: B26:H32, а в массив 2: N18:N24, и нажимаем ок. Полученное значение: 0,079. Чтобы виден был весь ответ, выделяем семь строк, начиная с ячейки J26.

Нажимаем клавишу F2, а затем одновременно на три клавиши Ctrl+Shift+Enter. В выделенном месте появляются, теперь уже все значения. После этого считаем сумму этих значений в ячейке J33 (функцию выбираем СУММ) и нажимаем ок. В число 1 записываем J26:J32, нажимаем ок (рис.11).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
2	1	2	5	4	7	5									
3	2	3	5,5	5	5	7									
4	3	2	6	5	8	4									
5	4	3	5	4	5	6									
6	5	4	4	6	9	8									
7	6	3	6	4	6	5									
8	7	2	4	5	7	4									
9	СРЕД	2,714	5,071	4,714	6,714	5,571									
10	КОВАР														
11	1 и Н	0,490	-0,122	0,204	0,061	0,878									
12	2 и Н	-0,122	0,602	-0,265	-0,408	-0,327									
13	3 и Н	0,204	-0,265	0,490	0,633	0,449									
14	4 и Н	0,061	-0,408	0,633	1,918	0,020									
15	5 и Н	0,878	-0,327	0,449	0,020	1,959									
16															
17	матрица	W1	W2	W3	W4	W5	L1	L2		матрица			матрица		
18	A	0,980	-0,122	0,204	0,061	0,878	1	2,714	X	W1			B	0	
19		-0,122	1,204	-0,265	-0,408	-0,327	1	5,071		W2				0	
20		0,204	-0,265	0,980	0,633	0,449	1	4,714		W3				0	
21		0,061	-0,408	0,633	3,837	0,020	1	6,714	*	W4	=			0	
22		0,878	-0,327	0,449	0,020	3,918	1	5,571		W5				0	
23		1	1	1	1	1	0	0		L1				1	
24		2,714	5,071	4,714	6,714	5,571	0	0		L2				5	
25															
26	матрица	0,187	-0,037	-0,357	0,183	0,024	1,772	-0,339	W1	0,079					
27	A^-1	-0,037	0,383	-0,208	-0,080	-0,058	-0,103	0,104	W2	0,420					
28		-0,357	-0,208	0,959	-0,265	-0,128	0,195	0,023	W3	0,310					
29		0,183	-0,080	-0,265	0,223	-0,061	-0,343	0,091	W4	0,113					
30		0,024	-0,058	-0,128	-0,061	0,222	-0,522	0,120	W5	0,078					
31		1,772	-0,103	0,195	-0,343	-0,522	-2,911	0,590		0,040					
32		-0,339	0,104	0,023	0,091	0,120	0,590	-0,133		-0,075					
33										0,965					

Рис. 11 Произведение двух матриц

Теперь переносим полученные значения с J26-J30 в K26-K30, и считаем сумму для этих значений. Ответ получается: 1,000. После этого значения J26-J30 возводим в квадрат, определяем курсором ячейку L26, щелкаем мышью на кнопке  $f_x$  в строке состояния и открывается окно Мастер функций. Категория остается математические, функцию выбираем – СТЕПЕНЬ и нажимаем ок. А окне аргументы функций, там где число вбиваем K26, а там где степень вбиваем 2. Ответ получился 0,006. Протягиваем эту ячейку до L30(включительно) (рис.12). Как видно на рис. 12 заданная доходность равна 5% (M26).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
12	2 и Н	-0,122	0,602	-0,265	-0,408	-0,327								
13	3 и Н	0,204	-0,265	0,490	0,633	0,449								
14	4 и Н	0,061	-0,408	0,633	1,918	0,020								
15	5 и Н	0,878	-0,327	0,449	0,020	1,959								
16														
17	матрица	W1	W2	W3	W4	W5	L1	L2		матрица			матрица	
18	A	0,980	-0,122	0,204	0,061	0,878	1	2,714		X	W1		B	0
19		-0,122	1,204	-0,265	-0,408	-0,327	1	5,071			W2			0
20		0,204	-0,265	0,980	0,633	0,449	1	4,714			W3			0
21		0,061	-0,408	0,633	3,837	0,020	1	6,714	*		W4	=		0
22		0,878	-0,327	0,449	0,020	3,918	1	5,571			W5			0
23		1	1	1	1	1	0	0			L1			1
24		2,714	5,071	4,714	6,714	5,571	0	0			L2			5
25														
26	матрица	0,187	-0,037	-0,357	0,183	0,024	1,772	-0,339	W1	0,079	0,079	0,006	5	
27	A <sup>-1</sup>	-0,037	0,383	-0,208	-0,080	-0,058	-0,103	0,104	W2	0,420	0,420	0,176		
28		-0,357	-0,208	0,959	-0,265	-0,128	0,195	0,023	W3	0,310	0,310	0,096		
29		0,183	-0,080	-0,265	0,223	-0,061	-0,343	0,091	W4	0,113	0,113	0,013		
30		0,024	-0,058	-0,128	-0,061	0,222	-0,522	0,120	W5	0,078	0,078	0,006		
31		1,772	-0,103	0,195	-0,343	-0,522	-2,911	0,590		0,040	1,000			
32		-0,339	0,104	0,023	0,091	0,120	0,590	-0,133		-0,075				
33										0,965				
34														
35														
36														
37														
38														
39														
40														
41														
42														

Рис. 12 Возведение в квадрат

Теперь находим Матрицу A<sup>-1</sup> единичную. Для этого определяем курсором В34, открываем мастер функций, выбираем функцию МУМНОЖ, и нажимаем ОК. МАССИВ 1 = (В18:Н24), МАССИВ 2 = (В26:Н32) (рис. 13), и нажимаем ок, полученное значение = Чтобы виден был весь ответ, выделяем аналогично предыдущей матрицы кол-во ячеек. Нажимаем клавишу F2, а затем одновременно на три клавиши Ctrl+Shift+Enter. В выделенном месте появляются, теперь уже все значения (рис. 14).



Скриншот Excel-таблицы с диалоговым окном «Аргументы функции» для функции МУМНОЖ. Окно показывает формулу  $=\text{МУМНОЖ}(B18:H24;B26:H32)$  и массивы: Массив1 (B18:H24) и Массив2 (B26:H32). Вспомогательная формула:  $=\{1;5;55111512312578E-17;-1;3183898\}$ . Вспомогательный текст: «Возвращает матричное произведение двух массивов; результат имеет то же число строк, что и первый массив, и то же число столбцов, что и второй массив. Массив2: первый из перемножаемых массивов, число столбцов в нем должно равняться числу строк во втором массиве. Значение: 1,000». В таблице видны матрицы W1-W5 и A^1, A^-1, единичная матрица.

Рис. 13 Выбор массива для матрицы единичной

Скриншот Excel-таблицы с матрицей единичной. Таблица содержит данные для матриц W1-W5, A^1, A^-1, единичная матрица и значения в квадрате. Формула в строке 36:  $=\text{МУМНОЖ}(B18:H24;B26:H32)$ .

Рис. 14 Единичная матрица

После того как нашли единичную матрицу рассчитываем дисперсию  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ,  $r_4$ ,  $r_5$ . Для этого определяем курсором ячейку L36, выбираем

категорию СТАТИСТИЧЕСКИЕ, функцию – ДИСПР, а массив В2:В8, и нажимаем ок (протягиваем L36 до P36) (рис. 15).

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
20	0,449	1	4,714			W3			0			
21	0,020	1	6,714	*		W4	=		0			
22	3,918	1	5,571			W5			0			
23	1	0	0			L1			1			
24	5,571	0	0			L2			5			
25							в квадрате					
26	0,024	1,772	-0,339	W1	0,079	0,079	0,006	5				
27	-0,058	-0,103	0,104	W2	0,420	0,420	0,176					
28	-0,128	0,195	0,023	W3	0,310	0,310	0,096					
29	-0,061	-0,343	0,091	W4	0,113	0,113	0,013					
30	0,222	-0,522	0,120	W5	0,078	0,078	0,006					
31	-0,522	-2,911	0,590		0,040	1,000						
32	0,120	0,590	-0,133		-0,075							
33					0,965							
34	0,000	0,000	0,000									
35	0,000	0,000	0,000				r1	r2	r3	r4	r5	
36	0,000	0,000	0,000			диспер	0,490	0,602	0,490	1,918	1,959	
37	0,000	0,000	0,000									
38	1,000	0,000	0,000									
39	0,000	1,000	0,000									
40	0,000	0,000	1,000									
41												
42												
43												
44												
45												

Рис 15. Расчет дисперсии

Дисперсию Портфеля мы находим через мастер функций, категорию выбираем математические, функцию – ДИСПР, массив 1- L36:P36, массив 2 – L26:L30, а курсором определяем ячейку L37 (рис. 16). Дисперсия портфеля равна 0,192785.

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
20	0,449	1	4,714			W3			0			
21	0,020	1	6,714	*		W4	=		0			
22	3,918	1	5,571			W5			0			
23	1	0	0			L1			1			
24	5,571	0	0			L2			5			
25							в квадрате					
26	0,024	1,772	-0,339	W1	0,079	0,079	0,006	5				
27	-0,058	-0,103	0,104	W2	0,420	0,420	0,176					
28	-0,128	0,195	0,023	W3	0,310	0,310	0,096					
29	-0,061	-0,343	0,091	W4	0,113	0,113	0,013					
30	0,222	-0,522	0,120	W5	0,078	0,078	0,006					
31	-0,522	-2,911	0,590		0,040	1,000						
32	0,120	0,590	-0,133		-0,075							
33					0,965							
34	0,000	0,000	0,000									
35	0,000	0,000	0,000				r1	r2	r3	r4	r5	
36	0,000	0,000	0,000			диспер	0,490	0,602	0,490	1,918	1,959	
37	0,000	0,000	0,000			диспер П	0,19279					
38	1,000	0,000	0,000									
39	0,000	1,000	0,000									
40	0,000	0,000	1,000									
41												
42												
43												
44												
45												

Рис. 16 Дисперсия Портфеля

Находим ковариацию на примере ячейки L40. В строку формул вводим  $=\$J27*B12$  и получаем значение -0,051. Протягиваем эту ячейку для всех r1-r5 (рис. 17)

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q		
20	0,633	0,449	1	4,714			W3			0					
21	3,837	0,020	1	6,714	*		W4	=		0					
22	0,020	3,918	1	5,571			W5			0					
23	1	1	0	0			L1			1					
24	6,714	5,571	0	0			L2			5					
25									в квадрате						
26	0,183	0,024	1,772	-0,339	W1	0,079	0,079	0,006	5	5					
27	-0,080	-0,058	-0,103	0,104	W2	0,420	0,420	0,176	B	5					
28	-0,265	-0,128	0,195	0,023	W3	0,310	0,310	0,096		5					
29	0,223	-0,061	-0,343	0,091	W4	0,113	0,113	0,013		5					
30	-0,061	0,222	-0,522	0,120	W5	0,078	0,078	0,006		5					
31	-0,343	-0,522	-2,911	0,590		0,040	1,000								
32	0,091	0,120	0,590	-0,133		-0,075									
33						0,965									
34	0,000	0,000	0,000	0,000											
35	0,000	0,000	0,000	0,000					r1	r2	r3	r4	r5		
36	0,000	0,000	0,000	0,000					диспер	0,490	0,602	0,490	1,918	1,959	
37	1,000	0,000	0,000	0,000					диспер П	0,19279					
38	0,000	1,000	0,000	0,000					ковар		1	2	3	4	5
39	0,000	0,000	1,000	0,000					1 и Н			-0,010	0,016	0,005	0,069
40	0,000	0,000	0,000	1,000					2 и Н	-0,051			-0,111	-0,171	-0,137
41									3 и Н	0,063	-0,082			0,196	0,139
42									4 и Н	0,007	-0,046	0,072			0,002
43									5 и Н	0,069	-0,026	0,035	0,002		

Рис. 17 Расчет ковариации

После расчета ковариации, считаем сумму для r1- r5. Для этого определяем курсором ячейку L44, открываем мастер функций, выбираем функцию СУММ, нажимаем Ок, пишем в массив L39:L4, нажимаем ОК. Тянем ячейку L44 до P44 (рис.18).

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q		
22	0,020	3,918	1	5,571			W5			0					
23	1	1	0	0			L1			1					
24	6,714	5,571	0	0			L2			5					
25									в квадрате						
26	0,183	0,024	1,772	-0,339	W1	0,079	0,079	0,006	5	5					
27	-0,080	-0,058	-0,103	0,104	W2	0,420	0,420	0,176	B	5					
28	-0,265	-0,128	0,195	0,023	W3	0,310	0,310	0,096		5					
29	0,223	-0,061	-0,343	0,091	W4	0,113	0,113	0,013		5					
30	-0,061	0,222	-0,522	0,120	W5	0,078	0,078	0,006		5					
31	-0,343	-0,522	-2,911	0,590		0,040	1,000								
32	0,091	0,120	0,590	-0,133		-0,075									
33						0,965									
34	0,000	0,000	0,000	0,000											
35	0,000	0,000	0,000	0,000											
36	0,000	0,000	0,000	0,000					r1	r2	r3	r4	r5		
37	1,000	0,000	0,000	0,000					диспер	0,490	0,602	0,490	1,918	1,959	
38	0,000	1,000	0,000	0,000					диспер П	0,19279					
39	0,000	0,000	1,000	0,000					ковар		1	2	3	4	5
40	0,000	0,000	0,000	1,000					1 и Н			-0,010	0,016	0,005	0,069
41									2 и Н	-0,051			-0,111	-0,171	-0,137
42									3 и Н	0,063	-0,082			0,196	0,139
43									4 и Н	0,007	-0,046	0,072			0,002
44									5 и Н	0,069	-0,026	0,035	0,002		
45										0,0873	-0,1636	0,0114	0,0312	0,0736	

Рис. 18 Расчет суммы для r1-r5

Теперь посчитаем сумму для 1 и Н – 5 и Н. Для этого определяем курсором ячейку Q39, нажимаем мастер функций, выбираем функцию СУММ, нажимаем ОК. Массив вводим L39:P39, нажимаем ок. Полученное значение = 0,080, протягиваем эту ячейку до Q44 (включительно) (рис. 19).

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
21	3,837	0,020	1	6,714	*		W4	=					0	
22	0,020	3,918	1	5,571			W5						0	
23	1	1	0	0			L1						1	
24	6,714	5,571	0	0			L2						5	
25														
26	0,183	0,024	1,772	-0,339	W1	0,079	0,079	0,006		5			5	
27	-0,080	-0,058	-0,103	0,104	W2	0,420	0,420	0,176	B				5	
28	-0,265	-0,128	0,195	0,023	W3	0,310	0,310	0,096					5	
29	0,223	-0,061	-0,343	0,091	W4	0,113	0,113	0,013					5	
30	-0,061	0,222	-0,522	0,120	W5	0,078	0,078	0,006					5	
31	-0,343	-0,522	-2,911	0,590		0,040	1,000							
32	0,091	0,120	0,590	-0,133		-0,075								
33						0,965								
34	0,000	0,000	0,000	0,000										
35	0,000	0,000	0,000	0,000										
36	0,000	0,000	0,000	0,000				r1	r2	r3	r4	r5		
37	1,000	0,000	0,000	0,000				диспер	0,490	0,602	0,490	1,918	1,959	
38	0,000	1,000	0,000	0,000				диспер П	0,19279					
39	0,000	0,000	1,000	0,000				ковар		1	2	3	4	5
40	0,000	0,000	0,000	1,000				1 и Н		-0,010	0,016	0,005	0,069	0,080
41								2 и Н	-0,051		-0,111	-0,171	-0,137	-0,471
42								3 и Н	0,063	-0,082		0,196	0,139	0,316
43								4 и Н	0,007	-0,046	0,072		0,002	0,035
44								5 и Н	0,069	-0,026	0,035	0,002		0,080
45									0,0873	-0,1636	0,0114	0,0312	0,0736	0,0398

Рис. 19 Расчет суммы для 1 и Н – 5 и Н.

Рассчитываем ковариацию ху. н. Определяем курсором ячейку L45, открываем мастер функций, выбираем категорию математические, а функцию МУМНОЖ. В массив вводим L44:P44 и K26:K30, нажимаем ОК. Полученный ответ = -0, 0490. А дисперсию находим через функцию МУМНОЖ, в массив 1 вводим L36:P36, в массив 2 вводим L26:L30, нажимаем ОК. После этого в строку формул добавляем к главной формуле +L45 и нажимаем ENTER. В ячейке L46 получаем значение: 0,1438 (рис.20).

Для расчета сигмы происходит через мастер функций, функция КОРЕНЬ, а Число мы выбираем L46 и нажимаем ОК. Полученное значение = 0,3792 (рис. 21).

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R		
25										в квадрате								
26	-0,037	-0,357	0,183	0,024	1,772	-0,339	W1	0,079	0,079	0,006		5	5					
27	0,383	-0,208	-0,080	-0,058	-0,103	0,104	W2	0,420	0,420	0,176	B		5					
28	-0,208	0,959	-0,265	-0,128	0,195	0,023	W3	0,310	0,310	0,096			5					
29	-0,080	-0,265	0,223	-0,061	-0,343	0,091	W4	0,113	0,113	0,013			5					
30	-0,058	-0,128	-0,061	0,222	-0,522	0,120	W5	0,078	0,078	0,006			5					
31	-0,103	0,195	-0,343	-0,522	-2,911	0,590		0,040	1,000									
32	0,104	0,023	0,091	0,120	0,590	-0,133		-0,075										
33								0,965										
34	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000												
35	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000			r1	r2	r3	r4	r5					
36	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000		диспер	0,490	0,602	0,490	1,918	1,959					
37	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		диспер П	0,19279									
38	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000		ковар		1	2	3	4	5				
39	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000		1 и Н		-0,010	0,016	0,005	0,069	0,080				
40	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000		2 и Н	-0,051		-0,111	-0,171	-0,137	-0,471				
41								3 и Н	0,063	-0,082		0,196	0,139	0,316				
42								4 и Н	0,007	-0,046	0,072		0,002	0,035				
43								5 и Н	0,069	-0,026	0,035	0,002		0,080				
44									0,0873	-0,1636	0,0114	0,0312	0,0736	0,0398				
45								ковар	ху.н	-0,0490								
46								дисп		0,1438								

Рис. 20 Расчет дисперсии

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
23	1	1	1	0	0			L1				1			
24	4,714	6,714	5,571	0	0			L2				5			
25									в квадрате						
26	-0,357	0,183	0,024	1,772	-0,339	W1	0,079	0,079	0,006		5	5			
27	-0,208	-0,080	-0,058	-0,103	0,104	W2	0,420	0,420	0,176	B		5			
28	0,959	-0,265	-0,128	0,195	0,023	W3	0,310	0,310	0,096			5			
29	-0,265	0,223	-0,061	-0,343	0,091	W4	0,113	0,113	0,013			5			
30	-0,128	-0,061	0,222	-0,522	0,120	W5	0,078	0,078	0,006			5			
31	0,195	-0,343	-0,522	-2,911	0,590		0,040	1,000							
32	0,023	0,091	0,120	0,590	-0,133		-0,075								
33							0,965								
34	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000										
35	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000				r1	r2	r3	r4	r5		
36	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000		диспер	0,490	0,602	0,490	1,918	1,959			
37	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		диспер П	0,19279							
38	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000		ковар		1	2	3	4	5		
39	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000		1 и Н		-0,010	0,016	0,005	0,069	0,080		
40	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000		2 и Н	-0,051		-0,111	-0,171	-0,137	-0,471		
41							3 и Н	0,063	-0,082		0,196	0,139	0,316		
42							4 и Н	0,007	-0,046	0,072		0,002	0,035		
43							5 и Н	0,069	-0,026	0,035	0,002		0,080		
44									0,0873	-0,1636	0,0114	0,0312	0,0736	0,0398	
45							ковар	ху.н	-0,0490						
46							дисп		0,1438						
47							сигм		0,3792						

Рис. 21 Расчет сигмы



### Список вопросов

1. Методы снижения рисков инвестиционного портфеля
2. Вероятность банкротства и правило 3 сигм.
3. Методы оценки и снижения рисков инвестиционного портфеля.
4. Метод Марковица в принятии решений.
5. Ковариация и дисперсия (свойства).
6. Матрицы. Обратная и единичная матрицы.
7. Умножение матриц.
8. Дисперсия Портфеля и правило 3-х  $\sigma$  (трех “сигм”)
9. Измерение доходности портфеля
10. Безрисковый уровень доходности.

### Задачи для самостоятельного выполнения

#### Задача №1

Имеются 2 ценные бумаги с доходностями 20 и 5. Составить портфель ценных бумаг, обеспечивающий доходность 15%. В ответе указать долю в портфеле бумаги номер 1. *Ответ 0,5*

#### Задача №2

Имеются 2 ценные бумаги с доходностями 30 и 10. Составить портфель ценных бумаг, обеспечивающий доходность 20%. В ответе указать долю в портфеле бумаги номер 1. *Ответ 0,5*

#### Задача №3

Имеются 2 ценные бумаги с доходностями 20 и 5. Составить портфель ценных бумаг, обеспечивающий доходность 15%. В ответе указать долю в портфеле бумаги номер 2. *Ответ 0,3 второй бумаги, первая 0,7 (0,666)*

#### Задача №4

Известны доходности пяти ценных бумаг за семь временных периодов.

Период		R2	R3	R4	R5
1	12	6	9	8	6
2	13	7	8	4	6

3	11	6	10	9	5
4	9	8	11	4	5
5	7	7	9	10	9
6	10	5	8	5	4
7	12	6	9	8	5

Найти по методу Марковица оптимальный состав портфеля, обеспечивающий доходность. В ответе указать долю ценной бумаги № 1.

*Ответ: доля бумаги 1=0,18, если доходность 10 и 0,09, если доходность 5.*

#### Задача №5

Известны доходности пяти ценных бумаг за семь временных периодов.

Период		R2	R3	R4	R5
7	7	7	7	7	7
7	13	7	8	4	6
3	11	6	10	9	5
4	9	8	11	4	5
5	7	7	9	10	9
6	10	5	8	5	4
7	12	6	9	8	5

Найти по методу Марковица оптимальный состав портфеля, обеспечивающий доходность. В ответе указать долю ценной бумаги № 1.

*Ответ: доля бумаги 1=0,3, если доходность 10 и 0,3, если доходность 5.*

#### Задача №6

Известны доходности пяти ценных бумаг за семь временных периодов.

Период		R2	R3	R4	R5
1	4	5	8	4	15
2	3	6	9	6	17
3	4	7	11	8	16
4	5	8	9	4	18
5	4	9	12	6	12
6	3	7	10	5	9
7	4	8	9	7	8



Найти по методу Марковица оптимальный состав портфеля, обеспечивающий доходность. В ответе указать долю ценной бумаги № 1.

*Ответ: доля бумаги 1=0,08, если доходность 10 и 0,63, если доходность 5.*

### Варианты для самостоятельного выполнения

**Задача 1.** Известны доходности пяти ценных бумаг за семь временных периодов.

Период	R1	R2	R3	R4	R5
1					
2	3	13	9	6	17
3	4	11	11	8	16
4	5	9	9	4	18
5	4	7	12	6	12
6	3	10	10	5	9
7	4	12	9	7	8

Найти по методу Марковица оптимальный состав портфеля, обеспечивающий доходность 6%

### Варианты к задачам

Вари ант	R1	R2	R3	R4	R5
1	7	4	7	7	7
2	9	10	9	6	9
3	8	5	4	5	8
4	9	8	5	7	7
5	7	6	7	10	9
6	10	7	9	5	8

7	7	9	8	7	9
8	9	8	9	9	9
9	8	9	9	8	4
10	9	9	4	9	5
11	9	5	5	7	8
12	4	8	7	9	9
13	5	6	9	8	9
14	7	7	8	9	7
15	7	9	9	9	9
16	9	8	8	4	8
17	8	9	9	5	9
18	9	9	9	6	9
19	8	4	4	5	4
20	9	5	5	7	9

**Задача 2.**

А) Имеются 2 ценные бумаги с доходностями  $r_1=20$  и  $r_2=10$ . Составить портфель ценных бумаг, обеспечивающий доходность 15%. В ответе указать долю в портфеле бумаги номер 1.

Б) Имеются 2 ценные бумаги с доходностями  $r_1=30$  и  $r_2=10$ . Составить портфель ценных бумаг, обеспечивающий доходность 20%. В ответе указать долю в портфеле бумаги номер 1.

В) Имеются 2 ценные бумаги с доходностями  $r_1=20$  и  $r_2=5$ . Составить портфель ценных бумаг, обеспечивающий доходность 15%. В ответе указать долю в портфеле бумаги номер 2.

## Список литературы

1. Васильева, Э.К. Статистика: учебник для вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления (080100) / Э.К. Васильева, В.С. Лялин. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. – 399 с.
2. Гусаров, В.М. Статистика : учеб. пособие для вузов / В.М. Гусаров, Е.И. Кузнецова. – 2-е изд., перераб. и доп.. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 479 с.
3. Ефимова, М.Р. Общая теория статистики: учебник / М.Р. Ефимова, Е.В. Петрова, В.Н. Румянцев. – 2-е изд., доп. и перераб., - М.: Инфра-М, 2008. – 416 с.
4. Иванов, Ю.Н. Экономическая статистика: учебник / Ю.Н. Иванов. – 3-е изд., доп. и перераб., - М.: Инфра-М, 2009. – 736 с.
5. Ильшев, А.М. Общая теория статистики: учебник / А.М. Ильшев. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 535 с.
6. Курникова, Е.Л. Основы статистики: учеб. пособие / Е.Л. Курникова, Л.В. Тарлецкая. – М.: МГИМО, 2010. – 144 с.
7. Матегорина, Н.М. Статистика: учебник / Н.М. Матегорина, Н.В. Толстик. - Ростов н /Д: Феникс, 2009. – 344 с.
8. Мхитарян В.С., Агапова Т.Н., Статистика : учебник для бакалавров / под ред. В. С. Мхитаряна. – М. : Издательство Юрайт, 2013. – 590 с. – Серия : Бакалавр. Базовый курс.