Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского»

«Утверждаю»

Проректор по учебной и методической деятельности

___________________В.О. Курьянов

«__»______________2015 года

ПРОГРАММА

междисциплинарного вступительного испытания для поступления по программам высшего образования «магистр» направления подготовки 01.04.01 Математика

Симферополь 2015 г.

Утверждено решением Ученого Совета факультета математики и информатики от 25 ноября 2015 года, протокол № 3.

Председатель Ученого Совета
доцент О.И. Рудницкий

Программу подготовили: д.ф.м.н., профессор Копачевский Н.Д., д.ф.м.н., профессор Орлов И.В., д.ф.м.н., профессор Анашкин О.В., д.ф.м.н., профессор Чехов В.Н., к.ф.м.н., доцент Рудницкий О.И., к.ф.м.н., доцент Руденко Л.И.

Междисциплинарный вступительный экзамен для поступления на обучение по программе высшего образования «магистр» направления подготовки **01.04.01 Математика** проводится в форме **комплексного экзамена** по программе высшего образования «бакалавр» направления подготовки **01.03.01 Математика**. На экзамен выносятся следующие разделы фундаментальных и профессионально-ориентированных дисциплин.

Аналитическая геометрия

Элементы векторной алгебры. Определение понятия вектора, модуля вектора. Линейные операции над векторами, свойства операций. Линейная комбинация векторов. Коллинеарные и компланарные векторы. Единственность разложения вектора по трем не компланарным векторам. Деление отрезка в заданном отношении. Необходимое и достаточное условие коллинеарности трёх точек. Аффинная система координат. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах. Применение скалярного произведения. Векторное произведение. Свойства векторного произведения. Доказательство свойств векторного произведения. Векторное произведение в прямоугольной декартовой системе координат. Смешанное произведение трёх векторов. Геометрическая интерпретация смешанного произведения. Свойства смешанного произведения. Смешанное произведение в прямоугольной декартовой системе координат. Объём тетраэдра.

Прямая и плоскость в пространстве. Теорема о задании плоскости в пространстве. Общее уравнение. Вектор нормали. Неполное уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Параметрические уравнения плоскости. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости. Пучок плоскостей. Прямая в пространстве. Направляющий вектор прямой. Параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения прямой. Взаимное положение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой.

Кривые 2-го порядка на плоскости, поверхности 2-го порядка в пространстве. Эллипс. Фокус, фокальные радиус-векторы точки, лежащей на эллипсе. Каноническое уравнение эллипса. Форма эллипса. Эллипс, как результат сжатия окружности. Параметрические уравнения эллипса. Способы построения эллипса. Эксцентриситет, директрисы эллипса. Касательная к эллипсу. Площадь эллипса. Пересечение эллипса с прямой. Необходимое и достаточное условие касания прямой эллипсом. Сопряженные диаметры эллипса. Теорема Аполония I. Теорема Аполония II. Оптические свойства эллипса. Гипербола. Определение. Каноническое уравнение гиперболы. Форма гиперболы. Действительная и мнимая полуоси гиперболы. Асимптота кривой. Длины фокальных радиус-векторов точки, лежащей на гиперболе. Директрисы гиперболы. Пересечение гиперболы с прямой. Касательная к гиперболе, проходящая через точку М, лежащую на ней. Условие касания прямой с гиперболой. Сопряженные диаметры гиперболы. Координаты концов сопряженных диаметров гиперболы. Теорема Аполония I. Теорема Аполония II. Оптическое свойство гиперболы. Каноническое уравнение параболы. Форма параболы.

Касательная к параболе, проходящая через точку М, лежащую на ней. Условие касания прямой с параболой. Диаметр параболы, сопряжённый заданному направлению. Оптические свойства параболы. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Литература

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. –М.: Наука, 1968. – 912 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. Учебник для университетов. – М.: Наука, 1988
3. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. – М: Наука, 1978. – 208 с.
4. Постников М.М. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 1973. -752 с.
5. Атанасян Л.С. Базылев В.Т., Аналитическая геометрия. М.: Просвещение, часть 1, 1986, -336.

Примеры заданий

Вопрос 2

Дан эллипс $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Найти уравнения директрис.

Ответ 1 $x=\frac{4}{\sqrt{7}}$, $x=-\frac{4}{\sqrt{7}}$.

Ответ 2 $x=\sqrt{7}$, $x=-\sqrt{7}$.

Ответ 3 $x=\frac{16}{7}$, $x=-\frac{16}{7}$.

Ответ 4 $x=\frac{16}{\sqrt{7}}$, $x=-\frac{16}{\sqrt{7}}$.

Вопрос 9

Через точку $A(8;1)$ провести касательную к гиперболе $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{4}=1$.

Ответ 1 Действительных касательных нет.

Ответ 2 Существует единственная касательная $L: y=\frac{2x}{5}-\frac{2}{5}$.

Ответ 3 Существует единственная касательная $L: y=\frac{2x}{5}-\frac{2}{3}$.

Ответ 4 Существует две касательные $L_1: y=\frac{2x}{3}-\frac{1}{2}$, $L_2: y=\frac{2x}{5}-\frac{1}{2}$.

Вопрос 29

В ПДСК задан треугольник координатами своих вершин

А (2;1;3), В(0;2;4), С(-2;6;5).

Q - точка пересечения медиан треугольника АВС .Найти координаты точки Q.

Ответ 1 (0;3;4)

Ответ 2 (1;4;3)

Ответ 3 (5;2;4)

Ответ 4 (0;3;0)

Дифференциальная геометрия и топология

Теория кривых. Понятие кривой. Способы аналитического задания кривой. Вопросы теории кривых, связанные с понятием соприкосновения: касательная кривой, длина дуги кривой, естественная параметризация кривой, репер Френе, соприкосновение кривых, огибающая семейства кривых, зависящих от одного параметра. Вопросы теории кривых, связанные с понятием кривизны и кручения**:** кривизна и кручение, формулы Френе, натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента плоской кривой.

Теория поверхностей. Понятие поверхности, ее аналитические задание. Основные понятия, связанные с понятием соприкосновения: касательная плоскость поверхности, огибающая семейства плоскостей, зависящих от одного параметра. Первая квадратичная форма поверхности и связанные с ней вопросы теории поверхностей: первая квадратичная форма поверхности, конформное отображение, изометричные поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности и связанные с ней вопросы теории поверхностей: вторая квадратичная форма, кривизна кривой, лежащей на поверхности, теорема Менье, индикатриса кривизны, классификация точек поверхности, асимтотические направления, сопряженные направления и сопряженные сети, главные направления, теорема Родрига, линии кривизны, формула Эйлера, средняя и гауссова кривизны поверхности. Формулы вычисления средней и гауссовой кривизны, теорема Гаусса, линейчатые поверхности, поверхности вращения. Основные уравнения теории поверхностей: деривационные формулы, формулы Гаусса-Петерсона-Кодацци, теорема Бонне. Внутренняя геометрия поверхностей: геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии, кратчайшая на поверхности, теорема Гаусса - Бонне, поверхности постоянной гауссовой кривизны.

Литература

1. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. – Х.: Основа, 1995. -304 с.
2. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1974. -176 с.
3. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. – М.: Изд-во МГУ, 1990. -384 с.
4. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. – М.: Наука, 1990. -672 с.
5. Новиков П.С., Фоменко А.Т. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. –М.: Наука, 1987. -432 с.

Примеры заданий

Вопрос 3

Выбрать правильное условие: кривая называется регулярной (*k* раз непрерывно дифференцируемой), если у каждой точки кривой есть окрестность, допускающая задание кривой уравнениями $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$, где

Ответ 1 функции $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ – *k* раз непрерывно дифференцируемые и $x'^2(t) + y'^2(t) + z'^2(t) \neq 0$.

Ответ 2 функции $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ – *k* раз непрерывно дифференцируемые.

Ответ 3 функции $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ – *k* раз непрерывно дифференцируемые и $x^2(t) + y^2(t) + z^2(t) \neq 0$.

Ответ 4 функции $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ – *k*+1 раз непрерывно дифференцируемые.

Вопрос 9

Какое из утверждений верно?

Ответ 1 Нормальная кривизна поверхности в данной точке и данном направлении с точность до знака совпадает с кривизной нормального сечения, проведенного через данную точку и данное направление.

Ответ 2 Для всех кривых, лежащих на регулярной поверхности и проходящих через данную точку, произведение кривизны кривой на косинус угла между нормалью поверхности и главной нормалью кривой есть величина постоянная.

Ответ 3 Индикатриса кривизны в точке P поверхности есть кривая с уравнением $\left|Ldu^2 + 2MdudV + Ndv^2\right| = 1$, где L, M, N – коэффициенты второй квадратичной формы поверхности в точке P.

Ответ 4 В гиперболической точке поверхности индикатриса кривизны представляет собой гиперболу.

Вопрос 23

Найти первую квадратичную форму поверхности $x = u\cos v, y = u\sin v, z = v$.

Ответ 1 $I = du^2 + (u^2 - 1)dv^2$

Ответ 2 $I = du^2 - (u^2 + 2)dv^2$

Ответ 3 $I = du^2 + (u^2 + 1)dv^2$

Ответ 4 $I = du^2 + (u^2 + 2)dv^2$

Алгебра и теория чисел

Определители. Определители *n*-го порядка, их свойства и методы вычисления: разложение по элементам строки (столбца), сведение к треугольному виду, метод рекуррентных соотношенией, разложение определителя в сумму определителей, определитель Вандермонда и сводящиеся к нему определители. Теорема Лапласа и ее применение.

Исследование систем линейных уравнений. Ранг матрицы и способы его вычисления: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований. Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кроненкера-Капелли). Исследование систем линейных уравнений общего вида.

Системы линейных однородных уравнений. Линейное подпространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений. Теорема о количестве решений в фундаментальной системе решений системы линейных однородных уравнений.

Теория делимости многочленов. Кольцо многочленов. Свойства отношения делимости в кольце многочленов. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида. Наибольший общий делитель многочленов. Свойства наибольшего общего делителя. Взаимно простые многочлены и их свойства.

Корни многочлена. Понятие корня многочлена. Теорема Безу. Теорема о количестве корней многочлена. Основная теорема алгебры. Производная многочлена и ее свойства. Ряд Тэйлора. Кратные корни многочлена, критерий кратности корня многочлена. Неприводимые многочлены. Вид неприводимых многочленов над полем действительных и полем комплексных чисел. Каноническое разложение многочленов.

Основные алгебраические структуры. Основные сведения о группах. Группы классов вычетов, симметрические и знакопеременные группы, группы преобразований. Циклические группы. Порядок элемента группы. Изоморфизм групп. Разложение группы по подгруппе, теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, фактор-группы. Гомоморфизм групп, свойства гомоморфных отображений, основная теорема о гомоморфизме.

Кольца, идеалы колец, фактор-кольца, гомоморфизм колец. Поле, характеристика поля. Понятие алгебры.

Литература

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М., "Наука", 1984.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.,"Наука", 1977.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.,"Наука", 1975.

4. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М.,"Наука", 1975.

Примеры заданий

Вопрос 1.1

Найдите неверное утверждение:

Ответ 1 Порядок подгруппы конечной группы является делителем порядка группы.

Ответ 2 Всякому делителю порядка конечной группы соответствует подгруппа такого порядка.

Ответ 3 Порядок элемента конечной группы является делителем порядка группы.

Ответ 4 Всякому делителю порядка конечной циклической группы соответствует подгруппа такого порядка.

Вопрос 1.2

Укажите неизоморфную пару циклических групп $\langle a \rangle$ *и* $\langle b \rangle$, где

Ответ 1 $a = [2] \in Z_{12}$; $b = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} i \in C^*$;

Ответ 2 $a = (3261) \in S_6$; $b = \cos\dfrac{6\pi}{5} + i \sin\dfrac{6\pi}{5} \in C^*$;

Ответ 3 $a = 10 \in Z$; $b = 2 - i \in C^*$;

Ответ 4 $a = [3] \in Z_6$; $b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \in GL_2(R)$;

Вопрос 1.3

Какая система алгебраических сравнений первой степени имеет решение?

Ответ 1 $\begin{cases} 5x \equiv 2(33) \\ 4x \equiv 5(9) \end{cases}$

Ответ 2 $\begin{cases} 5x \equiv 3(12) \\ 2x \equiv 1(15) \end{cases}$

Ответ 3 $\begin{cases} 5x \equiv 8(18) \\ 2x \equiv 1(9) \end{cases}$

Ответ 4 $\begin{cases} 3x \equiv 5(14) \\ 5x \equiv 1(18) \end{cases}$

Вопрос 1.4

С помощью критерия Эйлера установите, какое из данных чисел a не является квадратичным вычетом по модулю 13.

Ответ 1 $a = 12$

Ответ 2 $a = 3$

Ответ 3 $a = 6$

Ответ 4 $a = 4$

Линейная алгебра

Спектр матрицы. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Собственные подпространства. Теорема о линейной независимости собственных подпространств. Характеристический многочлен матрицы. Теорема о преобразовании спектра матрицы. Подобие матриц. Спектральные свойства подобных матриц. Матрицы простой структуры, критерии.

Нормальные матрицы. Унитарная эквивалентность матриц. Теорема Шура об унитарной триангуляции. Спектральная теорема для нормальных матриц. Свойства собственных подпространств нормальных матриц.

Спектральные свойства некоторых классов матриц. Спектральные теоремы для унитарных, эрмитовых, положительно-определенных матриц. Критерий Сильвестра положительно определенной матрицы. Теорема о существовании арифметического квадратного корня из матрицы. Сингулярные числа матрицы. Модуль матрицы, полярное разложение квадратной матрицы.

Эрмитовы и квадратичные формы. Общие сведения об эрмитовых и квадратичных формах. Ранг эрмитовой (квадратичной) формы, канонический вид эрмитовой (квадратичной) формы. Приведение эрмитовой (квадратичной) формы к каноническому виду с помощью унитарного (ортогонального) преобразования. Индексы инерции квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Критерии положительной определенности квадратичной формы. Теорема об одновременном приведении двух квадратичных форм к каноническому виду.

Линейные операторы в конечномерных пространствах. Понятие линейного оператора, ядро и образ линейного оператора, теорема о ранге и дефекте линейного оператора. Алгебра линейных операторов, действующих в линейном пространстве. Обратимый оператор, критерий обратимости оператора. Матрица линейного оператора. Изоморфизм алгебры линейных операторов и алгебры квадратных матриц. Инвариантное подпространство линейного оператора, теорема о существовании инвариантного подпространства конечномерного линейного оператора. Корневые подпространства линейного оператора, разложение линейного пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора.

Линейные операторы в унитарных пространствах. Сопряженный оператор и его свойства. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе. Нормальные операторы, спектральные свойства нормальных операторов. Эрмитовы и унитарные операторы, спектральные свойства этих классов операторов. Спектральное разложение нормального оператора.

Литература

1. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М.,Мир”,1989.
2. Ланкастер П. Теория матриц. М.,”Наука”, 1982.
3. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М.,”Наука”, 1975.
4. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980.

Примеры заданий

Вопрос 1.2

Решить неравенство $\begin{vmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & -10 & 2 \end{vmatrix} \le 7a.$

Ответ 1 $a \ge 24$

Ответ 2 $a \ge \frac{338}{7}$

Ответ 3 $a \le -\frac{332}{7}$

Ответ 4 $a \le -24$

Вопрос 1.4

Какой из векторов является собственным вектором матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ для собственного значения λ = 2.

Ответ 1	(-3; 1)
Ответ 2	(1; 1)
Ответ 3	(1; 0)
Ответ 4	(0; 0)

Вопрос 7.1

Какое из следующих утверждений является верным?

Ответ 1	Ранг матрицы размера $m \times n\ (m < n)$ меньше n;
Ответ 2	Если строки матрицы размера $m \times n\ (m < n)$ линейно независимы, то ее ранг отличен от m;
Ответ 3	К матрице можно приписать столбец так, чтобы ее ранг уменьшился на единицу;
Ответ 4	Если главный определитель матрицы третьего порядка равен нулю, то ранг такой матрицы равен двум;

Математический анализ

Предел последовательности. Последовательности, их простейшие свойства. Конечный предел последовательности, единственность предела. Необходимый признак сходимости. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса. Теорема о промежуточной переменной. Предельный переход в неравенствах. Число e. Арифметические операции с пределами. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Неопределенности.

Предел функции. Конечный предел функции в точке: определения Коши, Гейне. Необходимый признак сходимости. Критерий Коши. Теорема о промежуточной переменной. Арифметические операции с пределами, предельный переход в неравенствах. Односторонние пределы, признак Вейерштрасса. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. Общее определение предела функции. Первый замечательный предел, второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших..

Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Определение производной, его геометрический смысл. Уравнения касательной к нормали и нормали к кривой. Арифметические операции с производными. Производная композиции. Производная обратной функции. Теоремы о среднем значении. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их геометрический смысл. 1 и 2 теоремы Лопиталя.

Исследование функций. Монотонность функций, критерий монотонности. Необходимое и достаточные условия экстремума. Исследование функции одного аргумента на монотонность и наличие экстремумов. Исследование на экстремум функций нескольких переменных. Достаточное условие экстремума для функций двух переменных.

Приложения определенного интеграла к задачам геометрии. Вычисление площади криволинейной трапеции. Вычисление объема тела. Объем тела вращения. Вычисление длины кривой.

Числовые ряды. Числовой ряд, сумма ряда. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак.

Кратные интегралы. Замена переменных в двойном интеграле. Формула Грина.

Литература

1. Никольский С.М. Курс математического анализа, тт.1,2.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, тт.1,2,3.
3. Ильин В.Г., Поздняк Э.Г. Основы математического анализа.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс математического анализа, тт.1,2,3

Примеры заданий

Вопрос 2

Чему равна производная функции, заданной параметрически, в указанной точке?

$$\begin{cases} x = (t-1)^2 \\ y = (t-1)^2(t-3) \end{cases}, \quad t_0 = 3$$

Ответ 1 0,1

Ответ 2 $\frac{1}{3}$

Ответ 3 0

Ответ 4 2

Ответ 5 1

Вопрос 19

При каком значении a функция станет непрерывной в точке $x_0 = 0$? $y = \begin{cases} arctg\frac{1}{x}, x < 0 \\ a \cdot \ln(x+e), x \geq 0 \end{cases}$

Ответ 1 $a = 1$

Ответ 2 $a = -\frac{\pi}{2}$

Ответ 3 $a = 0$

Ответ 4 $a = \pi$

Ответ 5 $a = -1$

Вопрос 40

Вычислить интеграл $\int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}dx$

Ответ 1 $\frac{2}{e}$

Ответ 2 $\frac{14}{9}$

Ответ 3 $\frac{14}{3}$

Ответ 4 $3e^{-1}$

Ответ 5 1

Вопрос 50

Найти точки экстремума функции $f(x,y) = x^3 - 2y^3 - 3x + 6y$

Ответ 1 $(1,-1) - \min, (-1,1) - \max$

Ответ 2 $(1,-1) - \max, (-1,1) - \min$

Ответ 3 Функция не имеет экстремумов

Ответ 4 $(1,-1)-\max,(-1,1)-\max$

Ответ 5 $(1,-1)-\min,(-1,1)-\min$

Теория вероятностей

Случайные события. Частота случайного события. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Пространство элементарных исходов стохастического эксперимента. Вероятностное пространство. Алгебра событий. Схема со счётным числом возможных исходов. Аксиоматика Колмогорова. Определение условной вероятности. Теорема умножения. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса. Независимость событий Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

Случайные величины. Случайные величины. События, порождённые случайными величинами. Функции от случайных величин. Дискретные случайные величины. Распределения биномиальное, геометрическое, Пуассона. Непрерывные случайные величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность распределения случайной величины и ее свойства. Основные непрерывные распределения: равномерное, показательное, нормальное. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Свойства, примеры.

Зависимость случайных величин. Числовые характеристики меры связи случайных величин. Коэффициент корреляции двух случайных величин и его свойства.

Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее следствия. Усиленный закон больших чисел. Теорема Бореля.

Литература

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.:Высшая школа, 1979.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.:Наука, 1979.
3. Вентцель Е.С., Овчаров А.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1973

Примеры заданий

Вопрос 1

Найти математическое ожидание случайной величины с плотностью распределения
$f(x) = 0{,}75(x^2+2x)$ в интервале (0,1) и 0 вне этого интервала.

Ответ 1 3/8
Ответ 2 -1/2
Ответ 3 12/17
Ответ 4 11/16
Ответ 5 0

Вопрос 6

В ящике находится 12 белых и 8 черных шаров. Наудачу взяли два шара. Какова вероятность того, что оба шара черные?

Ответ 1 33/96
Ответ 2 56/190
Ответ 3 13/37
Ответ 4 28/190
Ответ 5 1/2

Математическая статистика с элементами теории случайных процессов

Основные понятия математической статистики. Точечные и интервальные оценки неизвестных параметров. Доверительные интервалы для математического ожидания нормального распределения.

Метод максимального правдоподобия. ММП – оценки неизвестных параметров биномиального, пуассоновского, нормального и показательного распределений.

Уравнение линейной регрессии. Основные распределения математической статистики. Общая линейная модель и метод наименьших квадратов. Общая линейная модель и случай нормальной выборки. Точные методы построения доверительных интервалов.

Проверка статистических гипотез. Критерий хи-квадрат.

Основные понятия теории случайных процессов.

Числовые характеристики случайных векторов. Гауссовские случайные векторы – некоррелируемость и независимость. Интегрирование в гильбертовом пространстве. Броуновское движение.

Основные понятия теории случайных процессов. Конечномерные распределения. Случайнее процессы второго порядка. Аналитические операции над случайными процессами второго порядка. Характеристический функционал случайного процесса.

Случайные элементы. Гауссовские случайные элементы – некоррелируемость и независимость. Каноническое разложение гауссовского случайного элемента. Винеровский случайный процесс. Стохастический интеграл Винера. Стационарные случайные процессы.

Положительно определенные функции. Теорема Бохнера.

Литература.

1. И.И. Гихман, А.В.Скороход. Введение в теорию случайных процессов. М., Наука, 1977.
2. В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения.
Том 1-2. М., Мир,1984.
3. Л.Шметтерер. Введение в математическую статистику. М., Наука, 1976.

Примеры заданий

Вопрос 1

Случайные величины ξ,ή,…ζ независимы в совокупности и распределены по закону N(0,1) т.е. имеют стандартное распределение. Величина $\xi^2+\acute{\eta}^2+\ldots+\zeta^2$ имеет распределение:

Ответ 1 Фишера
Ответ 2 Стьюдента
Ответ 3 Пуассона
Ответ 4 Хи - квадрат
Ответ 5 Вейбулла

Вопрос 7

Случайный процесс, для которого будущее при фиксированном настоящем не зависит от прошлого называется

Ответ 1 винеровским
Ответ 2 стационарным
Ответ 3 гауссовским
Ответ 4 пуассоновским
Ответ 5 марковским

Вопрос 9
Проведено 10 независимых наблюдений над нормально распределенной случайной величиной. Среднее значение выборки равно 24,6 а среднеквадратичное отклонение σ =1,07.Найти доверительный интервал для математического ожидания, для доверительной вероятности γ = 0,95.

Ответ 1	(19,78; 21,64)
Ответ 2	(21,34;22,43)
Ответ 3	(23,94; 26,26)
Ответ 4	(25,34;27,88)
Ответ 5	(25,67; 25.66)

Комплексный анализ

Комплексные числа и действия над ними. Понятие комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. Геометрическое истолкование сложения и вычитания. Понятие о модуле и аргументе. Геометрическое изображение числа, обратного данному. Геометрическое построение произведения и частного комплексных чисел. Формула Муавра. Извлечение корней n-ой степени из комплексного числа.

Дифференцирование функций комплексного переменного. Понятие производной функции комплексного переменного. Функция, аналитическая в области. Дифференциал. Условия Коши-Римана. Сопряжённые гармонические функции.

Интегрирование функций комплексного переменного. Интеграл по комплексному переменному. Интегральная теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Формула Коши. Теорема о среднем для аналитических и гармонических функций. Принцип максимума модуля.

Степенные ряды. Ряды функций. Равномерно сходящиеся ряды. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Круг сходимости. Определение радиуса сходимости (формула Коши-Адамара)

Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана. Единственность разложения в ряд Лорана. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана.

Изолированные особые точки функций. Типы изолированных точек. Устранимые точки. Полюс. Поведение функции в окрестности изолированной точки. Окрестность бесконечно удалённой точки. Разложение Лорана в окрестности бесконечно удалённой точки. Поведение функции в окрестности бесконечно удалённой точки.

Вычеты и их приложения. Понятие вычета. Основная теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычета в полюсе. Вычет относительно бесконечно удалённой точки. Приложения теории вычетов к вычислению определённых интегралов

Литература

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, 1972.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1965.
3. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. М.: Наука, 1967, т.1,2.

Примеры заданий

Вопрос 1

Найти вычет функции в заданной точке z_0

$f(z) = \dfrac{\cos z}{(z-1)^2}$ $\qquad z_0 = 1$

Ответ 1 $\cos 1$

Ответ 2 $-\cos 1$

Ответ 3 $\sin 1$

Ответ 4 $-\sin 1$

Ответ 5 0

Вопрос 13

Вычислить $|\ln(ei)|$

Ответ 1 π

Ответ 2 $\sqrt{1+\dfrac{\pi^2}{4}}$

Ответ 3 1

Ответ 4 $\sqrt{1+\dfrac{\pi^2}{2}}$

Ответ 5 $\sqrt{1+\dfrac{\pi}{2}}$

Вопрос 14

Вычислить $\arg \ln(ei)$

Ответ 1 $\dfrac{\pi}{4}$

Ответ 2 $arctg\dfrac{\pi}{2}$

Ответ 3 30^0

Ответ 4 0

Ответ 5 $\arcsin e^{-1}$

Дискретная математика

Булевы функции и функции k-значной логики. Методы задания булевых функций, тождества, формулы и операции над ними. Двойственные функции. Совершенные нормальные формы. Замкнутые классы в P_2. Классы функций, сохраняющих ноль, единицу. Класс самодвойственных функций. Класс линейных функций. Класс монотонных функций. Лемма о несамодвойственной функции. Лемма о нелинейной функции. Лемма о немонотонной функции. Полнота в P_2. Полиномы Жегалкина. Метод сводимости к заведомо полной системе. Теорема Поста. Проверка систем функций на полноту. Предполные классы. Базис. Методы задания функций k-значной логики, тождества, формулы и операции над ними. Полные системы в P_k. Полнота системы Россера-Туркетта в P_k. Полнота системы Поста в P_k. Критерии полноты в P_k. Представимость полиномами по модулю k.

Дизъюнктивные нормальные формы. Сокращенные, тупиковые, минимальные и кратчайшие ДНФ. Геометрический метод. Карты Карно. Код Грея.

Метод Закревского. Метод Блейка. Метод построения сокращенной ДНФ из конъюнктивной нормальной формы. Метод Квайна –Мак-Класки.

Элементы теории графов. Определения и способы задания графов. Изоморфизм графов. Матрицы смежности и инцидентности. Различные типы графов. Плоские и планарные графы. γ-алгоритм. Эйлеровы и гамильтоновы графы.

Конечные автоматы и ограниченно-детерминированные функции. Функции, преобразующие последовательности. Деревья, задающие детерминированные функции. Ограниченно-детерминированные функции, диаграммы Мура. Представление ограниченно-детерминированной функции в виде системы канонических уравнений. Операции над ограниченно-детерминированными функциями. Полнота в классе ограниченно-детерминированных функций. Определение и свойства абстрактных автоматов. Автоматы Мили и Мура. Эквивалентные состояния автоматов. Вопросы минимизации конечных автоматов. Алгоритм Ауфенкампа-Хона минимизации полностью определенных автоматов Мили.

Машина Тьюринга, алгоритм Маркова, частично рекурсивные функции.. Машина Тьюринга. Операции над машинами Тьюринга. Алгоритм Маркова. Теоремы об эквивалентности марковской и тьюринговской алгоритмических систем. Операции суперпозиции и примитивной рекурсии. Операция минимизации. Класс частично-рекурсивных функций. Класс рекурсивных функций. Класс примитивно-рекурсивных функций. Теоремы об эквивалентности частично-рекурсивных и вычислимых функций. Тезис Черча.

Литература

1. Ахо А., Хопкрофт Д., Ульман Д. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: Мир, 1979. – 536 с.
2. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1977. – 386 с.
3. Донской В. И. Дискретная математика. – Симферополь: Сонат, 2000. –356 с.

Примеры заданий

Вопрос 2

Найти верное тождество

Ответ 1 $x \to y = \overline{x \,\&\, y}$

Ответ 2 $x \to y = x \vee \bar{y}$

Ответ 3 $x \to y = \bar{x} \vee y$

Ответ 4 $x \to y = \bar{x} \,\&\, y$

Вопрос 11

Какое из тождеств k-значной логики является верным

Ответ 1 $x \,\&\, (k-1) = x$

Ответ 2 $x \,\&\, (k-1) = k-1$

Ответ 3 $x \,\&\, 0 = k-1$

Ответ 4 $x \,\&\, x = k-1$

Вопрос 20

Какая машина Тьюринга применима к одним словам и не применима к другим в алфавите $\{0,1\}$

Ответ 1 $q_1 1 q_1 1 R$

Ответ 2 $q_1 0 q_1 0 R, q_1 1 q_1 1 R$

Ответ 3 $q_1 0 q_1 0 S, q_1 1 q_1 1 S$

Ответ 4 $q_1 0 q_2 0 R, q_1 1 q_2 1 R, q_2 0 q_1 0 R$

Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Поле направлений. Интегральная кривая. Непродолжаемые решения. Основные интегрируемые типы дифференциальных уравнений: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним, линейные уравнения первого порядка, уравнения в полных дифференциалах.

Постановка начальной задачи (задача Коши). Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка.

Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Основные свойства решений однородных и неоднородных дифференциальных уравнений n-го порядка. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянных. Теорема об общем решении для однородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Системы дифференциальных уравнений. Теорема об общем решении системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Классификация фазовых портретов линейной автономной системы на плоскости: узел, седло, фокус.

Теория устойчивости. Определение устойчивости и асимптотической устойчивости решения по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Функции Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости, асимптотической устойчивости.

Литература.

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 2001.
2. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнения. – М.: Высшая школа, 2003.
3. Карташов А.П., Рождественский Б. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980.
4. Филиппов А.Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Изд-во: «Факториал», Москва – Ижевск, 2002.

Примеры заданий

Вопрос 6

Решить уравнение $y'' + 4y = 0$.

Ответ 1 $y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$

Ответ 2 $y = e^{-x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$

Ответ 3 $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{x}$

Ответ 4 $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{x}$

Вопрос 11

Определить тип фазового портрета $y'' + 4y = 0$.

Ответ 1 Центр

Ответ 2 Устойчивый фокус

Ответ 3 Неустойчивый узел

Ответ 4 Седло

Вопрос 25

Исследовать на устойчивость стационарные решения уравнения $\dot{x} = -x + x^2$.

Ответ 1 $x = 0$ - асимптотически устойчиво, $x = 1$ - неустойчиво.

Ответ 2 $x = 0$ - неустойчиво, $x = 1$ - асимптотически устойчиво.

Ответ 3 $x = 0$ - неустойчивое, $x = 1$ - неустойчиво.

Ответ 4 $x = 0$ - асимптотически устойчивое, $x = 1$ - асимптотически устойчивое.

Функциональный анализ

Метрические пространства. Аксиомы метрического пространства(МП) Множества в МП. Сходимость в МП Сепарабельные МП Основные принципы полных МП. Принцип сжимающих отображений Банаха. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра о категориях.

Линейные нормированные пространства. Линейные нормированные пространства(ЛНП) Аксиомы нормы Сходимость в ЛНП. Банаховы пространства $L_p(A,\mu), \quad p \geq 1$. Банаховы пространства $l_p(p > 1)$. Классификация отображений. Непрерывные ограниченные и линейные отображения.

Банаховы пространства $\widetilde{L}(X,Y),(X,Y),L(X)$. Операции над отображениями. Норма отображения и ее свойства. Обратимые операторы. Непрерывно обратимые операторы и их свойства. Сопряженные пространства. Различные типы сходимости векторов и операторов. Резольвентное множество линейного оператора. Спектр линейного оператора и его классификация. Спектральный радиус.

Гильбертовы протсранства. Аксиомы скалярного произведения Предгильбертовы и гильбертовы пространства (ГП). Отношение ортогональности в предгильбертовом пространстве Лемма Рисса. Сопряженный оператор и его свойства. Различные классы операторов в ГП и их свойства. Замкнутые операторы. Компактные множества в метрических пространствах и их свойства. Компактные операторы и их свойства. Теоремы Фредгольма. Схема исследования интегрального уравнения Фредгольма.

Уравнения с конечномерными операторами. Теорема о вырожденных ядрах.

Литература

1. Люстерик Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М. «Высшая школа», 1982. (ЭВ)
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М. «Наука», 1972. (ЭВ)
3. Треногин В.А. «Функциональный анализ»., М. «Наука», 1980. (ЭВ)
4. Канторович Л.В., Акимов Г.П. Функциональный анализ, М. 1977. (ЭВ)

(ЭВ) - электронная версия, представленная на образовательном портале ТНУ

Примеры заданий

Вопрос 1

В пространстве l_2 задан оператор $Ax = (x_1 + x_2, x_3 + x_4, \ldots)$. Найти правильный ответ.

Ответ 1 $\|A\| = \sqrt{2}$

Ответ 2 $\|A\| = 2$

Ответ 3 $\|A\| = 1$

Ответ 4 $\|A\| = 3$

Вопрос 6

Вычисляя нормы указанных функционалов в заданных пространствах, найти правильный ответ:

Ответ 1 $X = c, \quad \delta(x) = \lim_{n\to\infty} x_n\,, \quad \|\delta\| = 2.$

Ответ 2 $X = l_1 \quad \alpha(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{n} \quad \|\alpha\| = 2.$

Ответ 3 $X = L_3[0,1] \quad \beta(x) = \int_0^1 sign(t - 1/2)x(t)dt \quad \|\beta\| = 2/3.$

Ответ 4 $X = L_3[0,1] \quad \sigma(x) = \int_0^1 tx(t)dt \quad \|\sigma\| = (2/5)^{2/3}$

Вопрос 11

Пусть A - линейный ограниченный оператор, действующий в банаховом пространстве X. Какое утверждение является неверным :

Ответ 1 Если A – непрерывно обратим, то A – обратим.

Ответ 2 Если A - непрерывно обратим, то $\exists\ C > 0\ \ \forall x \in H \|Ax\| \geq C\|x\|$

Ответ 3 Если $\exists\ C > 0\ \ \forall x \in H \|Ax\| \geq C\|x\|$, то оператор A – непрерывно обратим.

Ответ 4 Если A и B - непрерывно обратимые операторы, то операторы AB и BA непрерывно обратимы.

Вариационное исчисление и методы оптимизации

Методы оптимизации. Постановка экстремальной задачи. Локальный и глобальный экстремум. Теорема Вейерштрасса о существовании точек экстремума непрерывной функции на компактном множестве. Классические теоремы о необходимых и достаточных условиях экстремума гладкой функции. Метод множителей Лагранжа.

Выпуклые множества и их свойства. Выпуклая оболочка. Отделимые множества. Выпуклые и сильно выпуклые функции. Основные свойства. Неравенство Йенсена. Критерий сильной выпуклости дифференцируемой функции. Критерий сильной выпуклости дважды непрерывно дифференцируемой функции. Выпуклая задача оптимизации.

Каноническая задача линейного программирования. Понятие крайней точки выпуклого множества. Критерий крайней точки. Базис. Вырожденная крайняя точка. Двойственная задача линейного программирования.

Численные алгоритмы решения экстремальных задач. Минимизирующая последовательность. Унимодальные функции.

Вариационное исчисление. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Понятия слабого и сильного экстремума. Первая вариация по Лагранжу.

Уравнение Эйлера – необходимое условие экстремума в простейшей задаче. Задача Больца. Условия трансверсальности.

Литература

1. Алексеев В.М., Галлеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. – М.: Наука, 1984.
2. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – Наука, 1984. – 432 с.
4. Сухарёв А.Г., Тимохов А.В., Фёдоров В.В. Курс методов оптимизации. – М.: Наука, 1986. – 328 с.
5. Ашманов С.А. Линейное программирование. – М.: Наука, 1981. – 340 с.

Примеры заданий

Вопрос 5

Какое из следующих утверждений является правильным?

Ответ 1 Если функция выпукла на выпуклом множестве G, то она дифференцируема на G.

Ответ 2 Дважды дифференцируемая на отрезке $[a,b]$ функция является выпуклой на $[a,b]$.

Ответ 3 Функция строго выпукла на отрезке $[a,b]$, если её вторая производная положительна на $[a,b]$.

Ответ 4 Разность выпуклых функций является выпуклой функцией.

Вопрос 7

Какая из следующих задач оптимизации не имеет решений?

Ответ 1 $f(x) \to \inf$, $x \in G$, где G - ограничено и замкнуто, а f - непрерывна на G.

Ответ 2 $x + y \to \max$, $x - y^3 = 0$, $(x, y) \in R^2$.

Ответ 3 $x + y^2 \to \max$, $x^2 + y^2 = 10$, $(x, y) \in R^2$.

Ответ 4 $f(x) = \dfrac{x^4}{1 + x^2} \to \inf$, $x \in R$.

Вопрос 17

Дана задача линейного программирования $< c, x > \to \min$, $Ax \le b$, $x \ge 0$; $c, x \in R^n$, $b \in R^m$.

Какая из следующих задач является двойственной для данной задачи?

Ответ 1 $< b, y > \to \max$, $yA = c$, $y \in R^m$.

Ответ 2 $< b, y > \to \max$, $yA = c$, $y \ge 0$, $y \in R^m$.

Ответ 3 $< b, y > \to \max$, $yA \ge c$, $y \ge 0$.

Ответ 4 $< b, y > \to \max$, $yA \le c$, $y \in R^m$.

Уравнения математической физики

Вывод основных уравнений. Классификация линейных уравнений 2-го порядка. Уравнение колебания струны. Метод Даламбера. Неоднородное уравнение. Задача Гурса. Метод Римана. Волновое уравнение в пространстве. Уравнение распространения тепла. Метод интегрального преобразования Фурье. Уравнение Лапласса и Пуассона. Свойства гармонических функций. Метод функции Грина решения краевых задач.

Задача Дирихле для шара, круга. Задача Дирихле и Неймана для полупространства. Свойства потенциала простого слоя. Свойства потенциала двойного слоя. Ньютоновский потенциал.

Метод Фредгольма. Применение теории Фредгольма к решению задач Дирихле и Неймана. Обобщенное решение волнового уравнения.

Литература.

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М. 1966.

2. Кошляков Н.С. Основные дифференциальные уравнения математической физики. Физматгиз, 1962.
3. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т.2. «Наука», 1967.
4. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики. «Наука», 1968.

Примеры заданий

Вопрос 6

Дифференциальное уравнение вида $U_{tt} = a^2 U_{xx} + f(x,t)$ в частности описывает процесс:

Ответ 1 малых поперечных колебаний мембраны

Ответ 2 распространения тепла в стержне

Ответ 3 малых поперечных свободных колебаний струны

Ответ 4 малых поперечных вынужденных колебаний однородной струны

Вопрос 8

Бесконечная однородная струна находится в равновесии. В начальный момент ее точкам сообщена скорость, равная 8 на отрезке [1,4] и нулю вне этого отрезка. Скорость распространения волны по этой струне равна 1. Определить отклонение струны в точке $x = 5$ в момент времени $t = 5$

Ответ 1 0

Ответ 2 24

Ответ 3 12

Ответ 4 6

Вопрос 11

Значения параметра *c*, при которых существуют нетривиальные, независимые решения задачи $X''(x) - c \cdot X(x) = 0$, $X(x) \neq 0$, $X(0) = X(l) = 0$ имеют вид:

Ответ 1 $c = \frac{k\pi}{l}$, где $k = 1,2,...$

Ответ 2 $c = \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2$, где $k = 1,2,...$

Ответ 3 $c = -\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2$, где $k = 1,2,...$

Ответ 4 $c = -\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2$, где $k = \pm 1, \pm 2,...$

Методы вычислений

Аппроксимация функций. Постановка задачи приближения функции. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционный многочлен Ньютона. Оценка остаточного члена интерполяционного многочлена. Оптимальный выбор узлов интерполирования. Сходимость интерполяционного процесса. Сплайн-аппроксимация функций. Линейный интерполяционный сплайн.

Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы (формулы центральных прямоугольников, трапеций). Формула Рунге приближенной оценки погрешности. Вычисление определенного интеграла с заданной точностью. Квадратурные формулы интерполяционного типа.

Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Стратегия выбора главного элемента. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений, число обусловленности. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений.

Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутта решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Формула Эйлера. Геометрическая интерпретация формулы Эйлера. Контроль погрешности на шаге интегрирования.

Литература

1. Н.С.Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков. Численные методы: Учебное пособие.-М.: Наука,1987г. - 600 с.
2. А.А.Самарский, А.В.Гулин. Численные методы. - М.: Наука , 1989, - 432 с.
3. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. - М.: Наука , 1986, - 288 с.
4. Н.Н.Калиткин. Численные методы. - М.: Наука, 1978, - 512 с.

Примеры заданий

Вопрос 3

Выбрать правильное значение оценки погрешности интерполирования функции

$f(x) = \sin x,\ x \in [\ 0, \pi\ ]$ в точке $x = \pi / 4$ при $n = 2$ (равномерное разбиение):

Ответ 1 $|R| \le \pi^3 / 4$

Ответ 2 $|R| \le \pi^3 / 128$

Ответ 3 $|R| \le \pi^2 / 4$

Ответ 4 $|R| \le \pi / 16$

Вопрос 6

Выбрать интервал, содержащий положительный корень уравнения

$f(x) = \cos x - e^x /2 = 0$

Ответ 1 $[\ 0,\ \pi / 2\ ]$

Ответ 2 $[\ \pi, 3\pi / 2\ ]$

Ответ 3 Нет положительных корней

Ответ 4 $[\ \pi /2\ , \pi\ ]$

Вопрос 12

Какое из утверждений верно?

Ответ 1 Метод Ньютона решает проблему собственных значений

Ответ 2 Формула Ньютона-Котеса является квадратурной формулой наивысшей алгебраической степени точности

Ответ 3 Разделенные разности не используются в записи интерполяционного многочлена Ньютона

Ответ 4 Метод Ньютона решения нелинейных уравнений имеет 2-й порядок точности

Теоретическая механика

Вращение вокруг неподвижной оси. Задание вращения. Обобщенная координата и вектор угловой скорости при вращении вокруг неподвижной оси. Теорема о кинетическом моменте относительно оси и дифференциальное уравнение вращения вокруг неподвижной оси. Осевой момент инерции. Задача Коши для вращения вокруг неподвижной оси. Аналогия между вращением вокруг неподвижной оси и поступательным движением вдоль оси.

Общее уравнение динамики. Обобщенные координаты голономной системы. Описание возможных и виртуальных перемещений голономной системы. Обобщенные силы. Определения обобщенных сил в потенциальном силовом поле. Обобщенные силы инерции. Примеры вычисления сил инерции при поступательном движении и при вращении вокруг неподвижной оси. Вывод уравнений Лагранжа 2-го рода из общего уравнения динамики. Задача Коши для голономной системы, подчиненной идеальным удерживающим связям.

Литература

1. Н.А. Кильчевский. Курс теоретической механики. – Т.1, Т.2. - М.: Наука, 1977г. – 480с.
2. Н.Н. Бухгольц. Основной курс теоретической механики. – Ч.1, Ч.2. - М.: Наука, 1970г.
3. Ф.Р. Гантмахер. Лекции по аналитической механике. – М.: Физматгиз, 1960г. – 296с.

Примеры заданий

Вопрос 2

Система отсчета называется инерциальной, если относительно неё:

Ответ 1 неподвижна поверхность Земли.

Ответ 2 материальная точка покоится при равновесии сил.

Ответ 3 выполняется закон инерции.

Ответ 4 материальная точка движется равномерно при равновесии сил.

Вопрос 3

Кинетическая энергия материальной точки определяется по формуле:

Ответ 1 $T = \vec{F} \cdot d\vec{x}$

Ответ 2 $T = \frac{1}{2} J_{33} \dot{\varphi}^2$

Ответ 3 $T = \frac{1}{2} m \upsilon^2$

Ответ 4 $T = \vec{\upsilon} \cdot \vec{F}$

Вопрос 3

Кинетическая энергия материальной точки определяется по формуле:

Ответ 1 $T = \vec{F} \cdot d\vec{x}$

Ответ 2 $T = \frac{1}{2} J_{33} \dot{\varphi}^2$

Ответ 3 $T = \frac{1}{2} m \upsilon^2$

Ответ 4 $T = \vec{\upsilon} \cdot \vec{F}$

Информатика и программирование

Программирование на языке паскаль. Переменные: память компьютера; размер переменных; базовые типы переменных. Определение переменной. Создание нескольких переменных одного типа; присваивание значений переменным. Переполнение без знаковых и знаковых целых чисел. Операторы цикла: **while, for, repeat…until.**

Строковый тип. Конкатенация строк. Отдельные символы, входящие в строку. Функции работы со строкой: **Length, Pos, Copy, Insert, Delete.**

Процедуры и функции в языке Паскаль: Заголовок и тело функции, локальные и глобальные переменные, параметры значения и параметры переменные. Динамические память, переменные. Операции «@», «^». Процедуры **new, dispose**.

Литература

1. Абрамов С.А., Гнездилова Г.Г., Капустина Е.Н., Селюн М.И. Задачи по программированию. М. Наука 1988 г.
2. Ахо А.В., Хопкроф Д.Э., Ульман Д.Д.. Структуры данных и алгоритмы.
3. Бауэр Ф.Л., Гооз Г.. Информатика.
4. Вирт Н. Алгоритмы + структуры данных = программы. М. Мир 1985 г.
5. Немнюгин С.А. Turbo PASCAL. Учебник.

Примеры заданий

Вопрос 5

В программе объявлено:

Var A, B, C: Integer;

…

Указать ошибочный оператор среди нижеперечисленных.

Ответ 1 A := B + C + 10;

Ответ 2 B := A + C*0.5;
Ответ 3 Read(A, B, C);
Ответ 4 WriteLn('A + B + C = ', A + B + C:4);

Вопрос 11

Приведен фрагмент программы:

```
Var S, R: String;
Begin
   S := 'abcdecccff';
   R := copy(S, Pos('c',S)+1, 3);
…
```

Указать правильное значение переменной R, полученное этой переменной после вызова функции copy(S, Pos('c',S)+1, 3).

Ответ 1 R = 'cde';
Ответ 2 R = 'dec';
Ответ 3 R = 'bcd';
Ответ 4 R = 'ccc';

Форма проведения экзамена

Междисциплинарный вступительный экзамен проводится в форме компьютерного тестирования.

Выпускнику последовательно предъявляются тестовые задания в количестве 50 вопросов из базы, содержащей 500 вопросов. Время тестирования – 2,5 часа.

Критерий оценки знаний

Оценка выставляется аттестационной комиссией по итогам тестирования по 100 бальной шкале на основе процента правильных ответов: 1% соответствует 1 баллу. Ответ, оцененный от 0 до 30 баллов, считается неудовлетворительным.

Аттестационная комиссия имеет право изменить соотношение процент правильных ответов – балл, исходя их общего итога профессионального экзамена, обосновав эти изменения в протоколе заседания комиссии.