ОТЗЫВ

ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию АХРАМОВИЧА МАКСИМА ВЯЧЕСЛАВОВИЧА

Q-КОММУТИРУЕМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ,

представленную на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация Ахрамовича М.В. посвящена изучению некоторых задач теории линейных операторов, действующих в конечномерных и гильбертовых пространствах: q-коммутируемость пар нильпотентных операторов с заданной степенью нильпотентности, удовлетворяющих дополнительным алгебраическим соотношениям, антикоммутируемость неограниченных самосопряжённых операторов, справедливость теорем типа Фуглида (в другой транскрипции Фугледе)-Путнама в алгебрах локально измеримых операторов.

Изучению перечисленных объектов посвящено большое количество работ. Современный интерес к указанной проблематике исходит как со стороны математической (уравнения математической физики, дифференциальные операторы, гармонический анализ, теория представлений групп и алгебр, теория графов и др.), так и со стороны физической (квантовая физика, теория суперструн, квантовая теория вероятностей, квантовая теория групп и пр.) Поэтому, тематика диссертационной работы Ахрамовича М.В. представляется актуальной.

Остановимся более подробно на результатах диссертационной работы, которые удобно разделить на три части.

В первой части (глава 2) исследуется проблема полной классификации с точностью до преобразования подобия пар нильпотентных операторов (A, B), действующих в конечномерном векторном пространстве $\mathbf{V}$. В первой задаче это q-коммутирующие нильпотентные (3-го порядка) операторы, удовлетворяющие биквадратному соотношению; во второй рассматриваются нильпотентные операторы A и B, второго и третьего порядка нильпотентности соответственно, связанные между собой дополнительным соотношением $AB^2 = 0$. По данной паре операторов в конечномерном пространстве большей размерности строится пара операторов (A, B), удовлетворяющая таким же алгебраическим соотношениям, неразложимая и подобная другой такой паре $(\widetilde{\mathsf{A}}, \widetilde{\mathsf{B}})$ тогда и только тогда, когда аналогичными свойствами обладает исходная пара (A, B). В обоих случаях таким образом доказывается "дикость"рассматриваемых задач. Полученные здесь результаты являются обобщениями результатов Ю.А. Дрозда и В.М. Бондаренко по классификации пар нильпотентных операторов, действующих в конечномерном векторном пространстве.

Во второй части (глава 3) изучаются пары антикоммутирующих самосопряжённых операторов из $*$-алгебр измеримых $\mathbf{S}(\mathbf{M})$ и локально измеримых $\mathbf{LS}(\mathbf{M})$ операторов, присоединённых к алгебре фон Неймана $\mathbf{M}$. В обоих случаях строятся сильно плотные инвариантные подпространства (во втором случае это подпространство также локально измеримо) совместных ограниченных векторов и доказывается, что антикоммутируемость самосопряжённых операторов на множестве этих векторов возможна тогда и только тогда, когда данные операторы антикоммутируют, как элементы указанных алгебр.

Третья часть содержит исследования по так называемым PT-алгебрам, то есть алгебрам, в которых справедлива теорема Фуглида-Путнама. Первоначально эта теорема была доказана для ограниченных операторов, так что обобщение её на неограниченный случай представляет большой интерес, не только теоретический, но, в большей степени, и практический. В этом направлении в работе доказаны два утверждения: аналог теоремы Фуглида-Путнама для алгебры $\mathbf{LS}(\mathbf{M})$ локально измеримых операторов, присоединённых к алгебре фон Неймана $\mathbf{M}$, не имеющей прямого слагаемого типа II; ослабленный вариант теоремы Фуглида-Путнама (для нормальных операторов из произвольной алгебры $\mathbf{LS}(\mathbf{M})$).

Суммируя всё сказанное по поводу содержания диссертации, можно утверждать, что результаты, полученные Ахрамовичем М.В. в диссертационной работе, являются новыми, вносят важный вклад в теорию q-коммутирующих операторов и операторных алгебр.

Отметим следующие замечания, возникшие при чтении работы:

1) было бы желательно, если это возможно, проиллюстрировать результаты теоремы 3.3.6 об антикоммутирующих операторах хотя бы одним примером;

2) замеченные опечатки:

а) стр.31 вместо "Лемма 2.1.3"следует писать "Следствие 2.1.3";

б) стр.38, последний абзац. Вместо слов "условиям 2.2.1"следует писать "условиям утверждения 2.2.1";

в) стр.38, последний абзац. Вместо "операторов (A и B)"должно быть "операторов A и B";

г) стр.69, 10-я и 12-я строки сверху - опечатка в определении множества $\mathfrak{D}(TS)$ и лишние пересечения в правых частях;

д) стр.71, вторая строка сверху. В крайней правой части двойного включения вместо "$\mathfrak{D}(S)\cap\mathfrak{D}(S)$"надо писать "$\mathfrak{D}(T)\cap\mathfrak{D}(S)$";

е) стр.75, 14-я и 15-я - лишние пересечения в левых частях равенств;

ж)стр.77, 11-я строка снизу. В крайней правой части двойного включения вместо "$\mathfrak{D}(S)\cap\mathfrak{D}(S)$"надо писать "$\mathfrak{D}(T)\cap\mathfrak{D}(S)$";

з) стр. 83, 10-я строка сверху. Вместо "$a_2^*b_2 = b_2a_2^*$"следует писать "$a_2^\sharp b_2 = b_2a_2^\sharp$".

Отмечу, что перечисленные замечания носят в основном методический и технический характер и никоим образом не влияют на хорошее впечатление от работы.

Научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертационной работе Ахрамовича М.В., строго обоснованы, достоверность их не вызывает сомнений, результаты работы, изложенные в 9 статьях из журнальных и тематических сборников, 6 тезисах различных конференций, точно также, как и в автореферате, полностью отражают основное содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа Ахрамовича М.В. полностью соответствует требованиям Положения о порядке присуждения учёных степеней и Паспорту специальности, а её автор заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук.

Кандидат ф.-м. наук,
доцент кафедры алгебры и
функционального анализа
Таврического национального
университета им. В.И. Вернадского Д.В. Третьяков

Підпис Д.В. Третьякова
засвідчую: начальник відділу кадрів
ТНУ імені В.І. Вернадського

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського
№ 02070967