

Отзыв

на автореферат диссертационной работы

Кузьменко Екатерины Михайловны

«Компактные экстремумы и компактно-аналитические свойства вариационных функционалов в шкале пространств Соболева над многомерной областью »,

представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Построенное недавно вариационное исчисление в гильбертовых пространствах Соболева $W^{1,2}$ над отрезком, изучающее компактные экстремумы вариационных функционалов и их компактно-аналитические свойства, привело к возникновению естественной и актуальной задачи расширения построенного формализма на случай пространств Соболева $W^{1,p}$, $p \in \mathbb{N}$, над многомерной областью D . В этой связи, существенный интерес представляет собой исследование компактно-аналитических свойств в терминах "К-псевдополиномиальных" интегрантов степени p соответствующих классов гладкости. Это дает возможность для компактных экстремумов вариационных функционалов в пространствах Соболева $W^{1,p}$, $p \in \mathbb{N}$, расширить класс допустимых интегрантов и получить аналоги известных условий локального экстремума вариационных функционалов в банаховых пространствах типа C^k .

Цель диссертации - описание компактно-аналитических свойств вариационных функционалов и построение общей теории компактных экстремумов вариационных функционалов в шкале пространств Соболева $W^{1,p}$, $p \in \mathbb{N}$, над многомерной компактной областью D с липшицевой границей. Непосредственными задачами данной работы являются: получение условий корректной определенности, компактной непрерывности, компактной дифференцируемости и кратной компактной дифференцируемости вариационных функционалов в пространствах $W^{1,p}$, $p \in \mathbb{N}$, получение обобщенного уравнения Эйлера-Остроградского, обобщенного необходимого условия Лежандра, достаточного условия в терминах гессиана подынтегральной функции для сильного компактного экстремума вариационных функционалов, применение полученных результатов для вычисления компактных экстремумов вариационных функционалов, классификация примеров нелокальных компактных экстремумов.

Основные результаты работы сформулированы следующим образом.

Введены классы K -псевдополиномов порядка p , $p \in \mathbb{N}$. Доказано, что K -псевдополиномиальность интегрантов вариационных функционалов в пространствах Соболева $W^{1,p}$, $p \in \mathbb{N}$, помимо корректной определенности функционала, гарантирует степенную оценку порядка p по соболевской норме на любом компакте из данного пространства Соболева. Получено условие компактной непрерывности вариационных функционалов в пространствах Соболева $W^{1,p}$, $p \in \mathbb{N}$. Введены общие классы Вейерштрасса $W^n K_p(\mathbb{Z})$ для произвольных $p \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$.

Доказано, что попадание K -псевдополиномиального интегранта в подходящий класс Вейерштрасса гарантирует n -кратную K -дифференцируемость вариационного функционала в соответствующем пространстве Соболева. Получен аналог классического необходимого условия локального экстремума - обобщенное уравнение Эйлера-Остроградского. Получен аналог классического необходимого условия Лежандра локального экстремума - обобщенное необходимое условие Лежандра для K -минимума. Рассмотрен ряд примеров. Получены достаточные условия компактного экстремума вариационных функционалов в терминах гессиана подынтегральной функции. Разработана схема исследования вариационного функционала на нелокальный K -экстремум. Приведен ряд классов вариационных функционалов, имеющих нелокальных K -экстремум.

Результаты исследований могут быть использованы в актуальных задачах современного вариационного исчисления и оптимального управления.

В целом работа представляет собой разностороннее и, я бы сказал, фундаментальное исследование задач компактной оптимизации, разработку гибкого и сильного аппарата, пригодного для работы в многомерных областях с различными ограничениями типа гладкости. Важно, что кроме глубоких результатов большой общности, автор находит ряд интересных конкретных примеров, проясняющих суть проблем и методов. Всё это делает данное исследование весьма интересным и актуальным.

Диссертация Е.М.Кузьменко безусловно является законченным научным исследованием, полностью соответствующим специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ, содержащим полностью обоснованные и достоверные научные результаты, которые в совокупности являются существенными для развития современного вариационного исчисления в пространствах Соболева и его приложений.

Эти результаты полностью изложены в 9 статьях в изданиях из перечня ВАК, они неоднократно докладывались на авторитетных научных конференциях и научных семинарах.

Считаю, что диссертационная работа "Компактные экстремумы и компактно-аналитические свойства вариационных функционалов в шкале пространств Соболева $W^{1,p}$ над многомерной областью" полностью удовлетворяет требованиям ВАК к кандидатским диссертациям, а ее автор Кузьменко Екатерина Михайловна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доктор физ.-мат. наук,
профессор ВоГУ



Шульман В.С.